

1.17 2026 年高考数学全国 I 卷第 17 题

【试题】

设整数 $N \geq 2$. 某同学用一个球进行投篮练习, 至多投篮 N 次, 当且仅当投中 1 次时或 N 次均未投中时, 停止练习. 设该同学每次投中的概率为 p ($0 < p < 1$), 各次投中与否相互独立. 记 X 为停止练习时该同学的投篮次数.

(1) 当 $N = \frac{1}{4}$, $p = \frac{1}{3}$ 时, 求 X 的分布列;

(2) 设 k, m 均为自然数.

(i) 当 $k \leq N - 1$ 时, 求 $P(X > k)$;

(ii) 当 $k + m \leq N - 1$ 时, 证明: $P(X > k + m | X > k) = P(X > m)$.

【考查目标】

考查内容: 概率与统计——概率——结合古典概型, 了解条件概率, 能计算简单随机事件的条件概率; 结合古典概型, 会利用乘法公式计算概率; 通过具体实例, 了解离散型随机变量的概念, 理解离散型随机变量分布列及其数字特征 (均值、方差).

课标要求: 能够结合具体实例, 理解随机事件的独立性和条件概率的关系, 理解离散型随机变量在描述随机现象中的作用.

学科核心素养:

数学抽象	逻辑推理	数学建模	直观想象	数学运算	数据分析
√	√	√		√	

【参考答案】

(1) 当 $N = 4$ 时, X 的所有可能取值为 1, 2, 3, 4.

为求 X 的分布列, 分别计算 $P(X = i) (i = 1, 2, 3, 4)$. 在投中情况相互独立的假设下,

$$P(X = 1) = p = \frac{1}{3},$$

$$P(X = 2) = (1 - p)p = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9},$$

$$P(X = 3) = (1 - p)^2 p = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27},$$

$$P(X = 4) = (1 - p)^3 p + (1 - p)^4 = (1 - p)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27},$$

故 X 的分布列为

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{27}$

(2) (i) **思路 1:** 事件 $\{X > k\}$ 等价于前 k 次投篮均未投中,

则 $P(X > k) = (1 - p)^k$.

思路 2: X 的所有可能取值为 1, 2, $\dots$, N . 记 $q = 1 - p$, 则 $0 < q < 1$.

由前述分析知, $P(X=N)=q^{N-1}$, $P(X=k)=pq^{k-1}$ ($1 \leq k \leq N-1$).

$$\begin{aligned} P(X > k) &= P(X \geq k+1) = P(X=k+1) + \cdots + P(X=N-1) + P(X=N) \\ &= pq^k + \cdots + pq^{N-2} + q^{N-1} \\ &= q^k(1 - q^{N-1-k}) + q^{N-1} \\ &= q^k. \end{aligned}$$

所以, 当 $k \leq N-1$ 时, $P(X > k) = (1-p)^k$.

思路 3: 同思路 2, $P(X=N)=q^{N-1}$, $P(X=k)=pq^{k-1}$ ($1 \leq k \leq N-1$).

当 $k=0$ 时, $P(X > 0) = 1$.

当 $1 \leq k \leq N-1$ 时, $P(X=1) + \cdots + P(X=k) = p + \cdots + pq^{k-1} = 1 - q^k$,

因此 $P(X > k) = 1 - P(X \leq k) = 1 - (P(X=1) + \cdots + P(X=k)) = q^k$.

综上, 当 $k \leq N-1$ 时, $P(X > k) = (1-p)^k$.

(ii) 因为 $m \in \mathbf{N}$, 所以 $\{X > k+m\} \subseteq \{X > k\}$,

则 $P(\{X > k+m\} \cap \{X > k\}) = P(X > k+m)$,

$$P(X > k+m | X > k) = \frac{P(\{X > k+m\} \cap \{X > k\})}{P(X > k)} = \frac{P(X > k+m)}{P(X > k)}.$$

因为 $k+m \leq N-1$, $k \leq N-1$, $m \leq N-1$.

由 (1) 可知 $P(X > k) = (1-p)^k$, $P(X > m) = (1-p)^m$, $P(X > k+m) = (1-p)^{k+m}$,

$$\text{所以 } P(X > k+m | X > k) = \frac{P(X > k+m)}{P(X > k)} = \frac{(1-p)^{k+m}}{(1-p)^k} = (1-p)^m = P(X > m).$$

【解题思路】

题述停止练习时该同学的投篮次数 X 是一个随机变量, 容易看出 X 的所有可能取值为 $1, 2, \dots, N$ (至少投篮 1 次, 至多投篮 N 次), 因此 X 是一个离散型随机变量. 根据定义, 当 $N=2$ 时, 事件 $\{X=1\}$ 发生意味着该同学第 1 次投篮中; 事件 $\{X=2\}$ 发生意味着该同学第 1 次投篮未投中. 当 $N \geq 3$ 时, 事件 $\{X=1\}$ 发生意味着该同学第 1 次投篮即投中; 事件 $\{X=2\}$ 发生意味着该同学第 1 次投篮未投中, 第 2 次投篮投中; $\cdots$; 事件 $\{X=N\}$ 发生意味着该同学前 $(N-1)$ 次投篮均未投中, 但不管第 N 次投篮投中与否 (因为至多投篮 N 次).

(1) **思路 1:** 求出每个事件的概率. 过程同参考答案.

思路 2 将求某事件的概率转化为求其对立事件的概率.

例如, 若已经求得 $P(X=i)$ ($i=1, 2, 3$), 则由概率的基本性质知,

$$P(X \neq 4) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = \frac{19}{27},$$

可知 $P(X=4) = 1 - P(X \neq 4) = \frac{8}{27}$, 从而得到 X 的分布列.

注意到以下事实是有益的: 事件 $\{X=1\}$ 发生当且仅当该同学第 1 次投篮即投中, 事件 $\{X=N\}$ 发生当且仅当该同学前 $(N-1)$ 次投篮均未投中. 所以, 对给定的 N 和 p , 也可以先计算事件 $\{X=1\}$ 发生的概率, 以及事件 $\{X=N\}$ 发生的概率. 事实上, 我们总有 $P(X=1)=p$, $P(X=N)=(1-p)^{N-1}$.

因此, 在第 (1) 小问中, 计算得到 $P(X=2)$ 后, 可通过对立事件求得 $P(X=3)=1-P(X \neq 3)=1-P(X=1)-P(X=2)-P(X=4)$, 进而得到分布列, 过程不再赘述.

(2) (i) X 的所有可能取值为 $1, 2, \dots, N$. 记 $q=1-p$, 则 $0 < q < 1$. 由前述分析知, $P(X=N)=q^{N-1}$, $P(X=j)=pq^{j-1}$ ($1 \leq j \leq N-1$).

思路 1: 根据事件 $\{X > k\}$ 发生的等价命题, 直接进行概率的计算.

当 $1 \leq k \leq N-1$ 时, 事件 $\{X > k\}$ 发生等价于该同学前 k 次投篮均未投中. 一方面, 如果该同学前 k 次投篮有某次投中, 那么练习在投中时即已停止, 于是 $X \leq k$, 即事件 $\{X > k\}$ 不会发生; 另一方面, 如果该同学前 k 次投篮均未投中, 那么需要进行第 $(k+1)$ 次投篮 (注意到 $k \leq N-1$), 则停止练习时该同学的投篮次数大于等于 $(k+1)$, 即事件 $\{X > k\}$ 发生.

当 $k=0$ 时, 显然 $P(X > 0) = 1$; 当 $1 \leq k \leq N-1$ 时, 该同学前 k 次投篮均未投中的概率为 q^k , 因此 $P(X > k) = q^k$.

综上, 当 $k \leq N-1$ 时, $P(X > k) = q^k = (1-p)^k$.

思路 2: 通过事件 $\{X=j\}$ ($j=k+1, \dots, N$) 的概率进行计算. 过程同参考答案.

思路 3: 通过事件 $\{X=j\}$ ($j=1, \dots, k$) 的概率进行计算. 过程同参考答案.

(ii) 由 (i) 得到 $P(X > k+m)$, $P(X > k)$ 和 $P(X > m)$, 再结合条件概率的定义, 即可得证. 过程同参考答案.

【拓展阅读】

一、 $N \rightarrow \infty$ 的数学期望

首先, 我们可以对本题稍作拓展, 仍记 $q=1-p$, 则由前述分析得到一般情形下 X 的分布列:

X	1	2	$\dots$	$N-1$	N
P	p	pq	$\dots$	pq^{N-2}	q^{N-1}

计算可得 X 的期望

$$E(X) = p + 2pq + \dots + (N-1)pq^{N-2} + Nq^{N-1} = \frac{1-q^N}{p}.$$

由上述式可得到:

定理 1.17.1

随着投篮次数上限 N 趋向于无穷, 停止练习时该同学的投篮次数 X 的数学期望趋向于 $\frac{1}{p}$.

二、几何分布

本题中, 若取消投篮次数上限, 即当且仅当该同学投中 1 次时停止练习, 记 X 为停止练习时该同学的投篮次数. 仍假设每次投中的概率为 p ($0 < p < 1$), 各次投中与否相互独立, 则随机变量 X 的可能取值为所有正整数, 且对任何正整数 j , 有 $P(X=j) = p(1-p)^{j-1}$.

定义 1.17.2. 几何分布

设随机变量 X 的可能取值为所有正整数, 且

$$P(X = n) = (1 - p)^{n-1} p, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*, \quad (1.3)$$

称 X 服从参数为 p 的几何分布.

与二项分布、超几何分布一样, 几何分布也是一类重要的离散型随机变量的分布, 但它们的首要区别在于: 服从二项分布或超几何分布的随机变量, 所有可能取值为有限个; 服从几何分布的随机变量, 所有可能取值为无限个 (但可以一一列举出来).

本题的 (ii) 问结论在几何分布中有类似的结果, 称为**几何分布的无记忆性**.

定义 1.17.3. 随机变量的无记忆性

设 X 是取正整数值的随机变量, 且在 $X > k$ 的条件下, $X = k + 1$ 的概率与 k 无关 (即 $P(X = k + 1 | X > k)$ 是常数), 此时称 X 具有**无记忆性**.

定理 1.17.4

几何分布具有无记忆性.

证明: 重复做独立重复试验, 试验成功的概率为 p . 记 X 为首次试验成功所需的试验次数, 则 X 服从参数为 p 的几何分布, 即 (1.3) 成立. 在 “前 m 次试验未成功” 的前提下, 设 ξ 为首次试验成功仍需进行的试验次数, 则 ξ 的所有可能取值是全体正整数, 并且对 $m \in \mathbf{N}^*$,

$$P(\xi = m) = P(X = m + k | X > k) = \frac{P(X = m + k)}{P(X > k)} = \frac{(1 - p)^{m+k-1} \cdot p}{(1 - p)^k} = (1 - p)^{m-1} p = P(X = m).$$

所以 ξ 依然服从参数为 p 的几何分布. 特别地, 取 $m = 1$ 得

$$P(X = k + 1 | X > k) = P(X = 1),$$

即 $P(X = k + 1 | X > k)$ 是与 k 无关的常数, 故 X 具有无记忆性. 也就是说, 无论之前经历了多少次失败, 下一次试验成功的概率都与第一次试验时完全相同. $\square$

定理 1.17.5

在取正整数值的离散型随机变量中, 只有几何分布满足下面的无记忆性.

证明: 设 X 具有无记忆性, 则存在常数 $p \in (0, 1)$ 使得对每个正整数 k 都有

$$p = P(X = k + 1 | X > k).$$

下面要证明 (1.3), 即 X 服从几何分布.

记 $q_k = P(X > k)$, $p_k = P(X = k)$, 则 $p_{k+1} = q_k - q_{k+1}$. 在 $X > k$ 的条件下, $X = k + 1$ 的条件概率为 $\frac{p_{k+1}}{q_k}$, 因此 $\frac{p_{k+1}}{q_k} = p$, 故 $\frac{q_{k+1}}{q_k} = 1 - p$.

因为 $q_0 = 1$, 所以 $\{q_k\}$ 是公比为 $1 - p$ 的等比数列, 故 $q_k = (1 - p)^k$. 从而

$$p_k = p \cdot q_{k-1} = p(1 - p)^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots$$

这正是几何分布 (1.3). $\square$

注：本题第 (ii) 问的结论

$$P(X > k + m | X > k) = P(X > m), \quad (1.4)$$

是比“离散型随机变量的无记忆性”更弱的命题，即满足无记忆性的离散型随机变量也满足本题 (ii) 的结论。而本题的篮球背景给出了一个除了几何分布之外满足 (ii) 的例子。感兴趣的读者也可以思考满足 (ii) 且取正整数值值的离散型随机变量有哪些。

三、指数分布

我们在高中学过正态分布，它是一种连续型随机变量；另外将频率分布直方图视作密度函数的图像，也可以得到连续型随机变量。实际上，连续型随机变量也是非常常见的，例如：

定义 1.17.6

如果随机变量 X 满足

$$P(X \leq x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

就称随机变量 X 服从参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的指数分布，记为 $X \sim E(\lambda)$ 。

指数分布有重要应用，常用它来作为各种“寿命”分布的近似，例如电子元件的寿命，某些动物的寿命，电话问题中的通话时间，随机服务系统中的服务时间等都常假定服从指数分布。

指数分布的重要性表现在它具有类似于几何分布的无记忆性。在连续型随机变量中，没有办法像离散型随机变量那样让 $P(X = k + 1 | X > k)$ 能取到非零值，所以只能像 (1.4) 式那样给出稍弱一点的无记忆性的定义。

定理 1.17.7. 指数分布的无记忆性

若 $X \sim E(\lambda)$ ，则对任意实数 $s, t > 0$ ，有

$$P(X > t + s | X > s) = P(X > t). \quad (1.5)$$

证明： $P(X > t + s | X > s) = \frac{P(X > t + s)}{P(X > s)} = \frac{1 - (1 - e^{-\lambda(t+s)})}{1 - (1 - e^{-\lambda s})} = e^{-\lambda t} = 1 - P(X \leq t) = P(X > t)$. $\square$

通常，寿命服从指数分布，我们常说人是“永远年轻”的——如果已知某人的年龄为 s ，则再活 t 年的概率与年龄 s 无关。

定理 1.17.8

指数分布是唯一具有无记忆性 (1.5) 的连续型随机变量。

该结论依赖于指数函数的运算性质： $a^{s+t} = a^s a^t$ 。

证明：设 $G(x) = P(X > x)$ ，则由 (1.5) 得 $G(s+t) = G(s)G(t)$ ， $s \geq 0, t \geq 0$ 。因为 $G(x)$ 关于 x 单调递减，根据柯西方程相关的结论得 $G(x) = a^x$ ， $x \geq 0$ 。因为 $G(x)$ 是概率，所以 $0 < a < 1$ ，可记 $a = e^{-\lambda} (\lambda > 0)$ ，从而

$$P(X \leq x) = 1 - G(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0.$$

故 X 服从参数为 λ 的指数分布。 $\square$

【往年试题】**1. 【2026 Fiddie 联盟模拟测试, 13】**

袋中有相同大小的 5 个白球和 5 个黑球, 从中有放回地随机取 5 次, 每次取 1 个球, 记随机变量 X 为取出白球的次数, 则 $P(X=5 | X \geq 3) =$ _____.

2. 【2005 广东, 18】

箱中装有大小相同的黄、白两种颜色的乒乓球, 黄、白乒乓球的数量比为 $s:t$. 现从箱中每次任意取出一个球, 若取出的是黄球则结束, 若取出的是白球, 则将其放回箱中, 并继续从箱中任意取出一个球, 但取球的次数最多不超过 n 次, 以 ξ 表示取球结束时已取到白球的次数.

(1) 求 ξ 的分布列;

(2) 求 ξ 的数学期望.

3. 【2007 安徽, 20】

在医学生物学试验中, 经常以果蝇作为试验对象. 一个关有 6 只果蝇的笼子里, 不慎混入了两只苍蝇 (此时笼内共有 8 只蝇子: 6 只果蝇和 2 只苍蝇), 只好把笼子打开一个小孔, 让蝇子一只一只地往外飞, 直到两只苍蝇都飞出, 再关闭小孔. 以 ξ 表示笼内还剩下的果蝇的只数.

(1) 写出 ξ 的分布列 (不要求写出计算过程);

(2) 求数学期望 $E\xi$;

(3) 求概率 $P(\xi \geq E\xi)$.

4. 【2008 全国 I, 文 20 理 20】

已知 5 只动物中有 1 只患有某种疾病, 需要通过化验血液来确定患病的动物. 血液化验结果呈阳性的即为患病动物, 呈阴性即没患病. 下面是两种化验方案:

方案甲: 逐个化验, 直到能确定患病动物为止.

方案乙: 先任取 3 只, 将它们的血液混在一起化验. 若结果呈阳性则表明患病动物为这 3 只中的 1 只, 然后再逐个化验, 直到能确定患病动物为止; 若结果呈阴性则在另外 2 只中任取 1 只化验.

(1) 求依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数的概率;

(2) ξ 表示依方案乙所需化验次数, 求 ξ 的期望.

注: 文科只包含第 (1) 问, 满分 12 分.

【往年试题参考答案】

1. 【答案】 $\frac{1}{16}$.

【解题思路】 由题意, X 服从二项分布 $B(5, \frac{1}{2})$. 则 $P(X=5) = (\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$. 根据二项式系数的对称性, $P(X \geq 3) = \frac{1}{2}$. 所以由条件概率的定义

$$P(X=5|X \geq 3) = \frac{P(X=5, \text{ 且 } X \geq 3)}{P(X \geq 3)} = \frac{P(X=5)}{P(X \geq 3)} = \frac{1}{16}.$$

2. 【答案】 (1) ξ 的可能取值为 $0, 1, 2, \dots, n$, ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	$\dots$	$n-1$	n
P	$\frac{s}{s+t}$	$\frac{st}{(s+t)^2}$	$\frac{st^2}{(s+t)^2}$	$\dots$	$\frac{st^{n-1}}{(s+t)^n}$	$\frac{t^n}{(s+t)^n}$

(2) ξ 的数学期望为

$$E\xi = 0 \times \frac{s}{s+t} + 1 \times \frac{st}{(s+t)^2} + 2 \times \frac{st^2}{(s+t)^3} + \dots + (n-1) \times \frac{st^{n-1}}{(s+t)^n} + n \times \frac{t^n}{(s+t)^n}. \quad ①$$

$$\frac{t}{s+t} E\xi = \frac{st^2}{(s+t)^3} + \frac{2st^3}{(s+t)^4} + \dots + \frac{(n-1)st^n}{(s+t)^{n+1}} + n \times \frac{t^{n+1}}{(s+t)^{n+1}}. \quad ②$$

① - ②得

$$E\xi = \frac{t}{s} - \frac{nt^{n+1}}{s(s+t)^n} - \frac{(n-1)t^n}{(s+t)^n} + \frac{(n-1)t^n}{s(s+t)^{n-1}}.$$

3. 【答案】 (1) ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{7}{28}$	$\frac{6}{28}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{1}{28}$

(2) 数学期望为 $E\xi = \frac{2}{28}(1 \times 6 + 2 \times 5 + 3 \times 4) = 2$.(3) 所求概率为 $P(\xi \geq E\xi) = P(\xi \geq 2) = \frac{5+4+3+2+1}{28} = \frac{15}{28}$.【解题思路】 确定随机变量的可能取值; 计算 ξ 取每一个可能值的概率.

设 A_k 表示事件: 笼内剩下 k 只果蝇, 则第 $8-k$ 只蝇子应是苍蝇, 在前 $7-k$ 只蝇子中有一只苍蝇, 在前 $7-k$ 只蝇子中哪一只只是苍蝇呢? 有 $7-k$ 种可能. 在 8 只蝇子中哪两个位置是苍蝇有 $C_8^2 = 28$ 种可能. 所以 $P(A_k) = \frac{7-k}{28}$, 即 $P(\xi=0) = \frac{7}{28}$, $P(\xi=1) = \frac{6}{28}$, $P(\xi=2) = \frac{5}{28}$, $P(\xi=3) = \frac{4}{28}$, $P(\xi=4) = \frac{3}{28}$, $P(\xi=5) = \frac{2}{28}$, $P(\xi=6) = \frac{1}{28}$. 将概率正确计算后, 解决第 (2) 问、第 (3) 问就容易了.

【易错警示】 不能正确理解题意, 得不出随机变量的正确的分布列.

4. 【答案】 记 A_1, A_2 分别表示依方案甲需化验 1 次、2 次, B_1, B_2 分别表示依方案乙需化验 2 次、3 次, A 表示依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数. 依题意知 A_2 与 B_2 独立.(1) 因为 $\bar{A} = A_1 + A_2 B_2$, 而

$$P(A_1) = \frac{1}{C_5^1} = \frac{1}{5}, \quad P(A_2) = \frac{A_4^1}{A_5^2} = \frac{1}{5}, \quad P(B_2) = \frac{C_4^2 \cdot C_2^1}{C_5^3 \cdot C_3^1} = \frac{2}{5}.$$

所以

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= P(A_1 + A_2 \cdot B_2) = P(A_1) + P(A_2 \cdot B_2) \\ &= P(A_1) + P(A_2) \cdot P(B_2) \\ &= \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{7}{25}. \end{aligned}$$

所以 $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{18}{25} = 0.72$.

(2) ξ 的所有可能取值是 2, 3.

$$\begin{aligned} P(B_1) &= \frac{C_4^3}{C_5^3} + \frac{C_4^2}{C_5^3 \cdot C_5^1} = \frac{3}{5}, \quad P(B_2) = \frac{2}{5}, \\ P(\xi = 2) &= P(B_1) = \frac{3}{5}, \quad P(\xi = 3) = P(B_2) = \frac{2}{5}, \end{aligned}$$

所以 $E\xi = 2 \times \frac{3}{5} + 3 \times \frac{2}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$ (次).

【解题思路】 本题的关键是先用数学语言正确表达和说明题设中的陈述. 设 A_1, A_2 分别表示依方案甲需化验 1 次、2 次, B_1, B_2 分别表示依方案乙需化验 2 次、3 次, A 表示依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数, 然后将问题转化为概率模型, 利用 $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ 及 $\bar{A} = A_1 + A_2 B_2$ 求解.

【易错警示】 本题是全卷最难的题目, 得分率创近几年新低. 大多数学生不能入手解题, 或未正确理解题意而不能得分. 本题主要是第 (1) 问难, 第 (2) 问其实容易. 错因分析:

①未正确理解题意. 把所需要化验的次数弄错, 如说依方案甲需化验 5 次, 说依方案乙需化验 4 次、5 次等; 误认为每只动物都有患病的可能; 把试验错当成独立重复试验; 把“无放回”的试验错当成“有放回”的试验, 如把依方案甲需化验 2 次的概率计算为 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$.

②概率算错. 较多的是把依方案甲需化验 4 次的概率错算为 $\frac{1}{5}$, 这是把“第 4 次化验到患病动物”与“化验了 4 次才确定出患病动物”弄混了. 还有把应该是排列数的却用组合数计算, 如把依方案甲需化验 2 次的概率错算为 $\frac{2}{5}$ (应该是 $\frac{A_4^1}{A_5^2}$, 却错为 $\frac{C_4^1}{C_5^2}$). 还有把依方案乙需化验 2 次的概率错算为 $\frac{2}{5}$ 等.

③不会用规范的语言和符号表述问题, 缺少必要的解答步骤和文字说明, 解答甚至没有一点文字叙述, 只孤零零给出一个数字算式, 如直接写所求概率为 $P = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{18}{25}$.

④粗心失误. 如把“不少于”误成“多于”, 如分数的四则运算出错再如计算出 A 的对立事件的概率之后, 却不求 A 的概率.