

考筹唯思，返璞归真

——察官方之微言，审命题之变局，归备考于正途

y371an

2026 年 8 月 30 日

目录

第一章 高考数学学科的现状与趋势	1
§1.1 高考备考的几点现状	1
1.1.1 文理同卷, 考生群体数学水平差异扩大	2
1.1.2 试题难度存在年度间波动问题	3
1.1.3 不良导向的问题会被及时移出场外, 但也会旧瓶装新酒	4
§1.2 高考改革可能的方向	6
1.2.1 未来可能存在的新题型	6
1.2.2 试卷结构调整, 2024 年的“8+3+3+1+2+2”不一定是终点	9
1.2.3 为什么要“多想少算”?	10
§1.3 新定义, 新概念与情境化试题	11
1.3.1 情境化试题是什么?	11
1.3.2 数学建模: 高考中究竟有没有考?	13
1.3.3 开放性问题: 高考数学的应用性考查要求	15
1.3.4 新定义问题的前世今生	19
§1.4 备考“几何”?	22
1.4.1 从“刷题量”到“思维量”	22
1.4.2 广阔天地, 大有作为	23
1.4.3 注重表述	24
§1.5 何来“剧透”?	25
1.5.1 多选题的选项设置	25
1.5.2 新定义, 昙花一现还是历久弥坚?	26
1.5.3 结语及“三个回归”	28

第一章 高考数学学科的现状与趋势

现阶段,“普通高等学校招生全国统一考试(简称高考)”是一场由**考生个人、学校与教师、教育部教育考试院、各省考试院阅卷组、社会教培力量**等多方面因素共同作用的社会活动.而倘若我们把讨论的问题上升到高中教育层面,那么还需要考虑**普通高中数学课程标准修订组、教育部课程教材研究所**等单位所带来的影响.因此,仅仅从考生个人的努力层面出发,希望能在实际考试中获得理想的成绩,是较为困难的.

高考是一个庞大的系统,其运作涉及多方面的因素,不可能只通过一篇文章而一览无余.不过,作为身处系统中一员的我们,仍能通过各“组成部分”的公开信息达到管中窥豹之效.例如,**教育部教育考试院**每年都会发布高考的相关论文(远远不限于每年的“评析”),单就数学科而言,26年的(全国卷)高考数学题早已有部分“剧透”.

本文的一大目的就在于通过解读部分权威信息以抛砖引玉,让大家对高考有一个更为客观的认知,以便于在备考中有更为科学的策略,而不是听信网络上的流言蜚语或被不负责任的某些组织带偏教学方向.

§1.1 高考备考的几点现状

以下内容文段来源主要摘选自《新高考十年数学科考试内容改革:成就、挑战与转向》¹,其中,**灰色的文字**需要结合时间阶段来看,2025—2026年则无需考虑.**红色的文字**是笔者本人的一些主观想法,仅供参考.

在正式开始介绍相关内容之前,我们先回答一个问题:**《新高考十年数学科考试内容改革:成就、挑战与转向》的作者是谁?**一语以蔽之,任子朝是前教育部教育考试院高考数学科的学科秘书(于2024年7月正式退休),被誉为“高考数学掌舵人”.学科秘书往往不是直接的命题人,但却是**每一年的高考命题组**之核心.

具体而言,学科秘书是考试机构的专职命题管理人员,主要负责学科考试的方案设计、试

¹任子朝.新高考十年数学科考试内容改革:成就、挑战与转向[J].中国考试,2024(7).

题命制、质量控制、保密管理、命题理论与技术研究等工作,其业务能力对命题及考试的质量具有至关重要的作用.作为高考数学科学科秘书,任先生潜心钻研、精心命题、默默奉献,因而大多数一线教师可能并不熟悉他.尤其是廿年前高考地方自主命题的时代浪潮袭来,教育部所命制的全国卷被雪藏多年,不被重视.不过,随着新一轮高考改革的开始,任先生再次走到全国的聚光灯下——2014年以来每年的“全国卷试题评析”几乎不乏由他主笔.

1.1.1 文理同卷,考生群体数学水平差异扩大

高考文理分科时期,文理科学生的数学水平存在明显差异,全卷得分率的差异约为15%,即以150分记,文科学生平均分低于理科学生约23分.新高考不分文理科后,同一省级区域内学生使用相同的数学试卷,不同学生群体的水平差异依然存在,甚至有扩大趋势.例如,在实行“3+1+2”高考科目设置的省份,选考物理科目的学生与选考历史科目的学生,整体数学成绩相差25分以上².

因此,在高考数学中分数上的差异并未因为合卷而被减少,对于不同选科的个人来说,影响会更大.具体来说,考生需要更加客观地评估自己在全体考生中的相对位置,制定符合自身水平的答题时间分配和得分目标策略,而不是盲目参考、“任水推舟”.

与文理分科时期的理科考生群体相比,不分文理科后,考生群体数学水平差异扩大、平均水平有所降低.据此,数学科确定了新的试卷难度预期和难度结构.新卷种采取“文起理落”的难度结构布局,入手题难度以过去文科试卷的起始题、题为参照基准,压轴题则以过去理科试卷的末题为参照,制定了“低起点,多层次,高落差”的调控策略.

“低起点”,即试卷在选择题、填空题、解答题的起始题降低难度要求、加宽入口,面向全体学生.可能会以以往文科试题的难度呈现,体现注重考查基础知识、回归教材的特点.

“多层次”,则是指试卷在中档题部分增加分值比例和难度设计的梯度,体现解题方法的多样性,给学生提供多种分析问题和解决问题的路径.数学概念的理解、基本数学方法的掌握、数学素养的养成等与思维水平有高度的关联性,因此试题重视难度和思维的层次性,给学生更广阔的思考空间、更多的思考角度以及基于自己认知水平的发现和探索解题方法的不同平台.

“高落差”,是在压轴题部分突出综合性、创新性,加强思维能力考查,而且在思维的灵活性、深刻性,方法的综合性、探究性和创造性等方面科学把握试题的区分度,要求学生具备解决较复杂问题的综合素养和能力,强化对高水平学生的区分和选拔,全面体现高考数学的选

²关丹丹,景春丽.新高考改革背景下不分文理的数学成绩差异研究[J].数学教育学报,2018,27(4):4.

拔功能. 这样的难度设计有利于高校选拔人才, 也有利于中学数学教学加强培养学生的核心素养.

可以看到, 尽管这篇论文是 24 年刊于《中国考试》上的, 但“低起点, 多层次, 高落差”的难度结构, 至少在 23—26 年的全国卷中都得到了很好的体现. 例如, 2026 年全国 I 卷的第 1 题 (求中位数) 和第 19 题 (新高考以来单题难度最高的压轴题) 间差异就非常大, 介于二者之间的选择、填空、解答题则体现了“多层次”的特点, 实现了“让优秀的学生得高分, 让努力的学生能得分”的目标, 使高考成绩既增信心、又暖人心.

新的难度结构符合新高考不分文理科的考试特点, 确保数学试卷整体难度与学生水平相适应, 使基础扎实的学生能入手做题, 循序渐进, 得到基本分数; 同时为高水平学生提供了发挥空间, 使其能在考查高阶思维、综合能力的试题中充分展示真实水平, 从而使数学试卷发挥良好的区分和选拔功能.

1.1.2 试题难度存在年度间波动问题

造成试题难度在不同年度间波动的原因主要有以下四点.

一是实施新高考的省份数量逐年增加, 过渡时期各卷种考生的群体变化很大, 不同群体的数学水平也不稳定, 难以依据前一年的考生水平和统计数据准确预估当年试卷的难度, 造成试卷难度水平与考生群体水平一致性降低. “2025 年高考是全国教育大会之后的首次高考, 是贯彻落实《教育强国建设规划纲要 (2024—2035 年)》(简称《强国纲要》) 的首次高考, 是新课标在全国高考中全面落地的首次高考”³, 随着 2025 年高考的结束, 本轮新高考已正式宣告全面落地.

二是高考命题加强创新力度, 一些靠机械刷题和题海战术提高成绩的考生面对新高考考查内容和要求的变化不再游刃有余. 近年来, 为有效考查学生的数学水平和能力, 命题加强了反刷题、反套路的力度, 开发了新题型⁴, 调整了试卷结构和试题排列顺序. 同时, 命题思路、试题设问也进一步创新. 面对这些创新试题和没有见过的题型, 有时只是试题考查内容在排列顺序上的调整, 都会有学生反映解题没有思路、思维受阻, 感到试题过难. 因此, 题型、思路的创新不可避免地影响到试题的难度, 造成试题难度年度间的波动.

三是中学数学教学存在一定程度的应试教育倾向, 学生形成思维定式, 试题即使难度不大, 如果以前没有经过训练, 没有现成的题型和模式可以套用, 学生就会感到不适应.

³中国考试. 教育部教育考试院: 2025 年高考命题和组考工作总体情况 [EB/OL]. (2025-06-07)[2025-06-07]. <https://mp.weixin.qq.com/s/T0lb85QG4iztQGJSBubq-A>.

⁴任子朝, 章建石, 陈昂. 高考数学新题型测试研究 [J]. 数学教育学报, 2015, 24(1): 21-25.

【2025·全国一卷 T19】 (17 分)

- (1) 求函数 $f(x) = 5 \cos x - \cos 5x$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{4}]$ 的最大值;
- (2) 给定 $\theta \in (0, \pi)$ 和 $a \in \mathbb{R}$, 证明: 存在 $y \in [a - \theta, a + \theta]$ 使得 $\cos y \leq \cos \theta$;
- (3) 设 $b \in \mathbb{R}$, 若存在 $\varphi \in \mathbb{R}$ 使得 $5 \cos x - \cos(5x + \varphi) \leq b$ 对 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 求 b 的最小值.

仅仅只是第一问的分析, 就让多少人无从下手. 若掌握了“连续函数在闭区间的最值”的**通性通法**, 都不需要结合函数的单调性和导数的符号变化, 就能顺利解决本题: 只需要比较“驻点”处函数值和端点处函数值的大小, 即可得出答案. 并且, 这个方法(定理)是在教材中明确给出的, 但本小问的得分率却依旧不理想, 这值得我们深思.

四是一些**非考试因素**的影响. 例如, 新冠肺炎疫情给中学正常教学、学生学习和复习备考都造成了很大影响, 长期网上教学导致学生基础知识普遍不够扎实, 数学方法掌握不系统, 能力和素养培养和训练不到位, 较疫情前学生的整体数学水平有所下降. 同时, 一些适应性测试只能在线上进行, 命题人员不能深入一线调研, 了解教学、学习情况, 也影响了命题人员对考生真实水平的了解和掌握, 在一定程度上造成试卷难度与考生水平的不匹配. 高考试题过难或过易都会影响对学生的区分选拔效果, 偏难试题还会导向基础教育超前、超量、超难教学, 引发社会焦虑.

1.1.3 不良导向的问题会被及时移出场外, 但也会旧瓶装新酒

在新高考推进过程中, 部分高中教学中存在的题海战术、机械刷题等问题进一步暴露, 高考试题的考查目标、选拔功能和对中学教学的导向作用需要进一步提升.

【2022·新高考 I 卷 T7】 设 $a = 0.1e^{0.1}$, $b = \frac{1}{9}$, $c = -\ln 0.9$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $a < c < b$

例如, 为强化高考的选拔功能, 数学科于 2022 年开发了函数值比较大小的题型, 本意是要求学生构造新的函数, 研究导函数的正负, 确定函数的单调性, 从而通过函数不等式对函数值进行比较, 考查学生的创新性思维. 随后一些学校在教学中教授各种函数的泰勒展开式, 通过拓展教学范围要求学生掌握更多的知识、方法和手段, 达到快速解题的目的, 这在一定程度上造成了超前学的不良导向⁵.

值得注意的是, 本题的解法很多, 构造函数的方法也不同, 但应用泰勒公式等大学数学知识的解法**是没有任何基础的**, 泰勒公式的使用条件与结论很多学生是不清楚的, 生搬硬套会

⁵胡向东. 新高考考试说明及试题精析(数学)[M]. 北京: 北京师范大学出版社集团, 2022: 31-32.

导致理解不透彻,更有甚者得到错误答案.对于高中生来说,不应该盲目使用二级结论,对自己不清楚的结论更不应使用⁶.

一方面对于考生的建议是,回归高中方法;另一方面,对于命题而言,这种问题的反复出现会导致无法达到高考命题的预期目标,因而直接的“数值比大小”问题会被移除场外,教师与学生不应再花时间对此类题型进行训练.但,这不代表它不能“旧瓶装新酒”,以同样的“比大小”设问方式,去考查不同的知识点.(注:22年I卷T7的得分率为0.43,区分度为0.11.)

【2025·全国一卷 T8】若实数 x, y, z 满足 $2 + \log_2 x = 3 + \log_3 y = 5 + \log_5 z$, 则 x, y, z 的大小关系不可能的是 ()

- A. $x > y > z$ B. $x > z > y$ C. $y > x > z$ D. $y > z > x$

如果把问题的起点减低,不考虑多种不同函数类型之间的比较,而是结合教材上初次学习指数、对数、幂函数的图像情况,或者是不等式的基本形式,这个问题又能重焕新生.

值得一提的是,根据2025年福建省的高考数学阅卷数据,可以得知本题的平均得分率为0.37(其中物理组同学的得分率为0.38,历史组同学的得分率为0.36).

本题正确答案为B,而选A、B、C、D的分别占6.24%、37.28%、10.70%、45.61%.因为前七题正确答案为A、B、C、D的个数分别为2、2、2、1,所以,可以合理推测第8题选D选项的同学,有可能是为了让选项个数趋于均衡.

同时,对于一些较为新颖的情境载体考查的数学知识和方法,或者需要综合运用多种基本方法解决的问题,学生作答时依靠的并不是自主思考形成的稳健的逻辑推导,而是通过记忆、模仿或机械练习拼接成的脆弱的推理过程.因此,需要进一步协调试题对学生的选拔要求和对中学教学的正向引导功能,进一步发挥高考试题的导向作用,引导中学教学真正通过强化素养、增强能力提高学生解决问题的水平

通过这个例子,我们也要适时理解命题组的意图,当出现了不良导向或区分度不佳的问题时,命题组必然会及时重新调整方向.

【2025·全国一卷 T11】已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}$, 若 $\cos 2A + \cos 2B + 2 \sin C = 2$, $\cos A \cos B \sin C = \frac{1}{4}$, 则 ()

- A. $\sin C = \sin^2 A + \sin^2 B$ B. $AB = \sqrt{2}$
C. $\sin A + \sin B = \frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $AC^2 + BC^2 = 3$

⁶赵轩,任子朝,翟嘉祺.落实双减要求 深化基础性考查——2022年新高考函数试题分析[J].数学通报,2022(9):7-10.

表 1.1: 福建省高考数学第 11 题得分数据对比

年份	平均得分率	分科类得分率		平均区分度	分科类区分度	
		物理组	历史组		物理组	历史组
2025 年 11 题	0.28	0.28	0.27	0.26(AI 估)	0.27(AI 估)	0.23(AI 估)
2024 年 11 题	0.42	0.44	0.33	0.36	0.33	0.23
2023 年 11 题	0.39	0.40	0.35	0.19	0.20	0.10
2023 年 12 题	0.40	0.41	0.36	0.15	0.15	0.10

从全省看, 总体前 10% 与前 20% 的考生平均分相差 0.15 分, 前 20% 与前 60% 的考生平均分相差 0.22 分, 有利于区分前 20% 的考生在该考点的表现; 物理科目组前 10% 与前 20% 的考生平均分相差 0.15 分, 前 20% 与前 60% 的考生平均分相差 0.23 分, 有利于区分前 20% 的考生在该考点的表现; 历史科目组前 10% 与前 20% 的考生平均分相差 0.11 分, 前 20% 与前 60% 的考生平均分相差 0.16 分, 有利于区分前 20% 的考生在该考点的表现.

§1.2 高考改革可能的方向

新高考中的新题型更加灵活和富于变化, 考查的不是应试训练效果, 不是固化套路, 而是应变能力、创新能力, 真正选拔出素质高、能力强的学生; 同时降低了机械刷题和套路训练的收益, 在客观上起到了抑制题海战术的作用⁷. 引导高中数学教与学转变教育观念, 真正落实数学. 学科核心素养于教学之中, 培育学生的创新创造思维.

1.2.1 未来可能存在的新题型

首先, 数学科考试内容改革应加强对考试规律和特点的研究, 根据能力考查要求, 进一步创新题型设计, 加强新题型的研究、开发和测试, 研制有助于实现新高考考试目标的题型. 值得注意的是, 新题型应该具有数学特点, 能够深入考查高阶思维能力、探究能力, 实现考查和区分的功能. 其次, 新题型研发和使用要尊重教育规律, 符合中学教学实际和学生认知水平, 对教学发挥良好的导向作用, 对学生的学习起到有效的促进作用. 最后, 新题型要有一定的前瞻性, 兼顾计算机评卷的要求, 在经过试测和统计分析后 (即“无试测则无新题型”, 高考数学试卷的题型是不会随意产生变化的), 选取考查效果良好的题型在正式考试中使用.

⁷巨小鹏. 高考评价体系下新题型的特征分析与试题评析 [J]. 中学数学研究 (华南师范大学版), 2023(7):9-13.

具体而言,针对新高考拔尖创新人才培养选拔要求,数学科有必要加强以下四类题型的开发和试验.一是**逻辑题**,即在生产和生活中选取情境,以日常生活语言叙述题目条件和问题,要求学生进行合理逻辑推理后做出判断,主要考查对各种信息的理解、分析、判断和综合,更现实、更真切地考查推理、论证、比较、评价等逻辑思维能力.

2014年**教育部考试中心**(现教育部教育考试院)进行了题型创新设计的专题研究,开发了考查逻辑推理能力的逻辑试题,从东部、中部、西部省份中各选取一省进行试测,每个省抽取省重点、市重点和一般学校的高三学生进行试测.测试结果表明,逻辑题更能有效考查逻辑思维能力.考后的座谈会上,学生认为逻辑题比较有趣,非常喜欢.试题不依赖具体的数学知识,面向全体考生,体现公平.教师认为这类试题能较好的考查逻辑思维能力,可以在今后的高考中引进.

为深入考查逻辑推理能力,2014年高考数学试卷首次出现逻辑题,选取三位同学讨论城市旅游的生活化场景,通过甲、乙、丙三位同学的对话,给出有关信息,要求考生从文字叙述(对话)中精确抽取有用信息,利用其中的逻辑关系,通过严密的逻辑推理,最终作出正确判断,体现了高考的改革方向.⁸

【2014·全国卷 T14】甲、乙、丙三位同学被问到是否去过 A, B, C 三个城市时,

甲说:我去过的城市比乙多,但没去过 B 城市;

乙说:我没去过 C 城市;

丙说:我们三人去过同一城市.

由此可判断乙去过的城市为_____.

【2016·全国 II 卷 T15】有三张卡片,分别写有 1 和 2, 1 和 3, 2 和 3. 甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片,甲看了乙的卡片后说:“我与乙的卡片上相同的数字不是 2”,乙看了丙的卡片后说:“我与丙的卡片上相同的数字不是 1”,丙说:“我的卡片上的数字之和不是 5”,则甲的卡片上的数字是_____.

二是**数据分析题**,即给出一些材料和背景以及相关数据,要求学生读懂材料和数据,提取信息,根据试题给出的情境和数据等,应用统计学原理,自主分析数据,得出相应结论并解决问题.数据分析题不同于普通的逻辑推理题,学生需要根据具体数据做出判断,同样的数据可能得出不同的结论.结论不是唯一的,也不是完全确定的,只要是满足要求的一种结论即可.此类题型考查学生对信息的获取和加工、数据处理能力和问题分析解决能力.

⁸晨旭. 突出逻辑推理加强应用能力考查——2014 年全国高考数学试题评析 [J]. 中国考试,2014,(10):14-17.DOI:10.19360/j.cnki.11-3303/g4.2014.10.002.

【2025 · 全国一卷 T15】 (13 分)

为研究某疾病与超声波检查结果的关系, 从做过超声波检查的人群中随机调查了 1000 人, 得到如下的列联表:

	正常	不正常	合计
患该疾病	20	180	200
未患该疾病	780	20	800
合计	800	200	1000

- (1) 记超声波检查结果不正常者患有该疾病的概率为 p , 求 p 的估计值;
 (2) 根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验, 分析超声波检查结果是否与患该疾病有关.

$$\text{附: } x^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad \begin{array}{c|ccc} P(x^2 \geq k) & 0.050 & 0.010 & 0.001 \\ \hline k & 3.841 & 6.635 & 10.828 \end{array}.$$

三是**判断题**, 即给出关于一个问题的几种结论或者几种解题方法, 要求学生判断哪种结论或解法正确, 哪种解法错误, 并说明理由.

【2025 年 “Fiddie 联盟” 模拟测试 T11】 给定空间中的一个多面体 Γ . 为了衡量 Γ 与正方体的接近程度, 需要定义一个衡量的指标 $f(\Gamma)$, 满足: ① $f(\Gamma) \in [0, 1]$; ② 当 Γ 是正方体时, $f(\Gamma) = 1$. 记 Γ_0 为包含 Γ 的最小正方体, 下面几种 $f(\Gamma)$ 的定义方式中, 满足 ①② 的有()

A. $f(\Gamma) = \frac{6^3 \times (\Gamma \text{ 的体积})^2}{(\Gamma \text{ 的表面积})^3}$

B. $f(\Gamma) = \frac{\Gamma_0 \text{ 的所有棱长之和}}{\Gamma \text{ 的所有棱长之和}}$

C. $f(\Gamma) = \frac{\Gamma \text{ 的体积}}{\Gamma_0 \text{ 的体积}}$

D. $f(\Gamma) = \frac{\Gamma \text{ 的最短棱的长度}}{\Gamma \text{ 的最长棱的长度}}$

【2003 · 上海卷 T12】 给出问题: F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$ 的焦点, 点 P 在双曲线上. 若点 P 到焦点 F_1 的距离等于 9, 求点 P 到焦点 F_2 的距离. 某学生的解答如下: 双曲线的实轴长为 8, 由 $||PF_1| - |PF_2|| = 8$, 即 $|9 - |PF_2|| = 8$, 得 $|PF_2| = 1$ 或 17. 该学生的解答是否正确? 若正确, 请将他的解题依据填在下面空格内, 若不正确, 将正确的结果填在下面空格内.

四是**举例题**, 即首先给出题干, 其中包括题设的结论、性质和要求等条件, 要求学生从题干中获取信息、整理信息, 进而结合对抽象条件的理解, 构造符合题干要求的结论或具体的实例. 详请可参考下面所说的“开放性”试题.

1.2.2 试卷结构调整, 2024 年的“8+3+3+1+2+2”不一定是终点

2024 年高考, 数学科启用新的试卷结构, 主要是通过实证方法深入研究新试卷结构的考查效果, 同时跟进研究整体考试效度, 为进一步深化数学科考试内容改革提供实证基础和改革建议.

根据不同卷种的设计理念和考查要求, 突破以往各卷种统一的结构, 研究差异化试卷结构. 随着更多省份将在 2025 年实现新高考首考落地, 数学科应依据卷种使用省份的特点, 设计更具针对性的试卷结构, 更切合于使用省份学生的数学水平和思维特点, 在实现区分选拔功能的同时, 更好发挥对基础教育的导向作用.

为加强核心素养考查, 数学科开发研制了多项选择题、结构不良试题和新定义试题等多种题型. 多项选择题的正确选项多于一个, 部分答对得部分分数, 每题得分分为三个或四个层次, 相对于单项选择题非对即错的单一设置, 对数学思维的考查更加深入, 对考生的区分更加精细⁹. 进一步地, 在 2024 年 1 月的高考综合改革适应性测试过后, 试卷结构又产生了变化.

为加强对思维能力和思维过程的考查, 数学新课标卷对全卷题量进行了调整, 试题总数由过去的 22 题减少到 19 题 (单选题 8 道、填空题 3 道), 同时增加了多项选择题的单题分值和解答题的总分值 (多选题 3 道), 解答题分为 13 分、15 分、17 分三个档次 (分别为 1 道、2 道、2 道), 总分由 70 分增加到 77 分, 强化了对学生思维过程和解答题步骤的赋分 (即试卷结构为“8+3+3+1+2+2”). 全卷题量的减少, 在一定程度上增加了学生的思考时间, 使学生能够静下心来深入思考, 也在平时的学习中注重对思维能力的培养.

至于试卷结构是否还会有进一步调整, 答案是未知的, 但至少不是现在——考试院最新的文献中明确指出了该点. 2026 年高考数学全国卷延续以往风格, 保持试卷结构的稳定. 首先, 试卷的整体架构与题型保持稳定, 题量、题型设置与去年相比没有变化, 单选题、多选题、填空题和解答题四种题型的数量保持“8+3+3+5”的结构, 分值保持“40+18+15+77”的分配, 使考生更好地适应题型结构, 保持平稳心态……

熟悉的试卷结构有助于学生稳定心态, 发挥真实水平. 但是, 稳定的结构并不意味着学生死记硬背或机械训练能取得更好成绩, 而是避免对固定解题套路的机械重复和对偏题、怪题的过度深挖, 引导教师尊重教学规律, 回归核心概念和通性通法, 注重全面复习基本知识, 夯实学生的学科基础, 培养学生的数学核心素养和思维能力.

尽管高考数学未来的优化方向包含了“统筹试卷结构”, 但鉴于 26 年高考数学的评析与新高考改革以来的经验而言, 一线师生并不需要过度担心试卷结构的变化. 稳定, 一直是高考的常态, 若要优化, 则必定会有充分的试测和数据分析, 试卷结构的变化不会是随意的.

⁹任子朝, 赵轩. 数学考试中的结构不良问题研究 [J]. 数学通报, 2020(2):1-3.

1.2.3 为什么要“多想少算”?

“多想少算”, 又称“多考一点想的, 少考一点算的”. 这个理念并不是新高考改革以后才有的产物, 而是高考数学学科一直以来的要求, 至少早在 1999 年¹⁰的相关文献中就有提及.

在试题的设计中, 更注重问题情境的创设, 更重视思想方法的渗透, 更强调通性通法的应用, 适当控制计算量, 增加思维量, 控制交汇度、创新度、开放度, 突出直观化、生活化、综合化等具体作法, 让考生**多想少算**, 突出数学思想方法的考核.¹¹

而在新高考改革中, 该理念被进一步强化.

比如, 2023 年的新课标 I 卷非常明显地展现出了“多想少算”的考查理念, 尤其是在选择题和填空题上, 较大程度避免了繁难运算, 通过简化计算量, 让学生能够有充分的时间进行思考, 这也是今后**高考数学将坚持的改革方向**. 运算能力固然是非常重要的能力, 但**不应成为高考数学中优先考查的能力**. 数学科应当发挥学科特点, 突出思维能力考查, 注重对良好思维品质的培养. 出于高考在考试时间和考试形式上的限制, 要避免使学生因花费大量时间在运算上而失去展现思维水平的机会, 应当合理控制计算量, 给学生留出用于思考的时间, 从而鼓励学生在平时的学习过程中能静下心来思考, 而不是只顾埋头刷题提高熟练度和计算速度.

在**控制计算量**的同时, 新 I 卷也适当**增加了思维量**. 在试题的设计上, 重视思维考查的层次性, 突出表现在多选题的选项设计以及解答题各问之间的递进关系等方面, 能够使不同数学基础和水平层次的考生都能拿到合理的分数; 强调思维的创新性、深刻性, 尤其是在一些难度较大的题目中, 反套路、突出数学思维考查的意图较为明显, 充分发挥了高考的选拔功能, 为学生搭建了施展才华的舞台; 突出思维的灵活性, 精心创设试题情境, 引导学生跳出固有的思维模式, 引导教学摒弃一些机械固化的应试备考模式.

由此可见, “多想少算”的理念在将来可见的高考数学中将会继续存在, 这已是板上钉钉的事实. 比如, 2026 年高考数学试题以“多想少算、素养导向”为遵循, 通过优化试题呈现形式、创新情境设计等, 实现考查重心从知识覆盖向思维深度转变. 其通过科学的设计, 充分利用题目中数据的特点、图形的对称性、向量的几何意义等, 让善于思考的学生能够找到解题捷径, 大幅降低计算量.

又比如, 2025 年全国一卷第 18 题以解析几何中的轨迹和最值问题为载体, 第 (1) 问是求解椭圆方程, 这部分内容是圆锥曲线的基础内容, 考查了考生对椭圆顶点坐标、离心率定义等基本知识的理解和掌握, 第 (2) 问的第 1 小问是求定直线上满足某条件的点的坐标问题, 考查了考生的代数运算能力及数形结合的思想.

¹⁰任子朝. 命题的思考 [J]. 中国考试, 1999, (Z1): 5-6.

¹¹任子朝, 周远方, 陈昂, 等. 高考数学科考核目标研究 [J]. 数学通报, 2013, 52(7): 1-8.

【2025 · 全国一卷 T18】 (17 分)

离心率为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 的椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的下顶点为 A , 右顶点为 B , 若 $|AB| = \sqrt{10}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 已知点 P 不在 y 轴上, 点 R 在射线 AP 上, 且满足 $|AP| \cdot |AR| = 3$.

(i) 设 $P(m, n)$, 求 R 的坐标 (用 m, n 表示);

(ii) 设 O 是坐标原点, Q 是 C 上的动点, 若直线 OR 的斜率是直线 OP 的斜率的 3 倍, 求 $|PQ|$ 的最大值.

在第 (2) 问的第 1 小问中, 适当的假设会使得计算量非常小, 而如果直接假设点 R 的坐标为 x, y , 列出两个方程, 那么求解过程会相当复杂, 这里也考查了考生对数学中符号化思想的理解和运用, 体现了试题“多想少算”的设计理念, 第 (2) 问的第 2 小问是求定圆与定椭圆上点的距离的最值问题, 考生如能意识到“定圆”能够通过三角形不等式转化为“定点”, 就能将问题化简, 并最终转化为求二次函数在定区间上的极值这一高中数学中的基础问题.

这一问中的思路体现了数学中的化归思想、方程与函数思想, 如果没有找到上述化简方式, 那么即便是如同“思路 2”一样的最简单的假设方式, 也需要使用辅助角和分次主元的方式进行化简, 不但对代数运算能力有极高的要求, 还有可能因为设错主元而导致计算进一步复杂甚至无法计算, 而使用其他假设方式 (如直接设出坐标并使用 Lagrange 乘数法) 有可能使计算过程过于烦琐, 这里再次体现了试题“多想少算”的设计理念, 考查解析几何中“化繁为简”的思想, 也是对高中解析几何教学的良好导向¹².

综上, 可以推测, 考试院的期望应该是要通过高考试卷这个“指挥棒”、“多想少算”这个理念, 引导师生将宝贵的教学与学习时间, 从低效的“刷题竞赛”中解放出来, 投入到更有价值的“数学思维的培养”和“问题解决能力的提升”上来.

§1.3 新定义, 新概念与情境化试题

1.3.1 情境化试题是什么?

在近年的全国卷高考数学试题中, 以增强试题应用性作为突破点, 通过丰富试题呈现形式与试题材料的来源, 从材料信息的多样性、解决问题视角的变化、试题要素之间的灵活联系、答案多种的可能性等方面创新情境化试题的设计. 这类试题往往通过合理的情境创设,

¹²教育部教育考试院. 高考试题分析: 数学 (2025 年版)[M]. 北京: 语文出版社, 2024.

要求学生在真实情境或是基于真实的学术情境中主动思考, 解决实际问题; 部分题目还会设置开放性或探究性的任务, 以实现对发现新问题、找到新规律、得出新结论的能力水平的考查¹³(后续主要文本均来源于此).

从呈现形式来看, 近几年高考数学全国卷中出现的情境化试题大致可分为以下几类. 需要说明的是, 这个分类仅是从试题分析的视角对试题特征的一种描述, 并不是说每一个应用题都必须归类于其中, 而且不同类别之间也不是互斥的关系, 许多综合性较强的情境化试题可能同时具有多个类别的特征.

- **简单情境问题.** 这类问题大多属于比较传统的应用题, 主要用以考查基础知识的运用、基本方法的掌握、对数学模型的分析理解能力和数学阅读能力.
(如 2018 年全国 I 卷文、理科第 18 题综合考查了茎叶图的统计方式和列联表的检验方法, 全国 I 卷文、理科第 3 题考查了饼图; 2019 年全国 I 卷文科第 6 题考查了系统抽样的抽样方法.)
- **真实情境问题.** 这类问题的共性在于取材于生活实际, 以真实的统计数据、事实事件或研究结论作为背景, 从中简化或提取出中学数学知识范围内的相关问题.
(如 2018 年全国 II 卷文、理科第 18 题, 题目中给出的环境基础设施投资额数据来自官方发布的统计数据, 试题据此设计了一个关于数学模型和数据预测的问题, 考查了数学建模和数据处理的学科核心素养. 2020 年新高考全国 II 卷第 9 题是一个依据真实数据编制的简单统计问题, 题目中给出的复工指数和复产指数来自地方政府公布的税电复工复产指数, 将其转化为图表呈现后, 主要考查从统计图表中提取信息、整理信息的能力.)
- **基于真实背景的问题.** 这类问题的设计基于真实的事物或事件背景, 提取其主要数学特征, 加上合理的假设转化成为相应的数学模型, 要求学生在理解模型的基础上运用所学知识能力解决相关问题.
- **开放性问题.** 在国家社会、经济不断发展进步的背景下, 需要培养学生适合时代发展需要的关键能力, 更好地应对未来工作、学习中遇到的各种实际存在的现实问题.
- **创新性问题.** 这类问题基于某种生活实践情境或学术情境, 将其中蕴含的数学原理抽象提炼, 分析其某一特点或某些特点, 并将其引申为某种数学特征或数学性质加以研究.
- **新概念问题.** 从广义的角度来说, 数学知识之间的关联和交互可以看作一种特殊的数学应用. 数学知识之间不是相互割裂的, 而是相互联系、有机结合的, 不同知识、能力的综合运用是考查数学核心素养发展水平的重要途径.

¹³赵轩, 任子朝, 翟嘉祺. 高考数学科情境化试题设计研究 [J]. 数学通报, 2021(12):1-3,66.

1.3.2 数学建模: 高考中究竟有没有考?

在新课标中, 数学模型和数学建模是重要的教学内容, 是数学应用的重要形式, 是通过数学解决实际问题的基本手段¹⁴, 也是高考重要的考查内容.

数学模型是指对现实世界的某一特定研究对象, 为了某个特定的目的, 在做了一些必要的简化和假定后, 运用适当的数学工具并通过数学语言表达出来的一个数学结构. 高考数学科对于数学模型的考查, 强调对于模型的分析与理解, 引导学生对身边事物、现实问题的关注, 进而能够观察和发现其中蕴含的数学特征, 进行合理的数学抽象, 培养学生用数学语言表达和描述、构建数学模型解决问题的能力.

如 2019 年全国 II 卷文、理科第 16 题以陕西省博物馆的文物独孤信印作为背景设计几何模型, 让学生分析其结构并完成题设问题, 试题不仅能够体现中国传统文化, 还能使学生通过题目对半正多面体这一类特殊几何体进行了解, 拓宽知识面. 2020 年全国 I 卷文、理科第 3 题以著名的埃及胡夫金字塔为背景, 基于其特殊的几何结构设计了一个立体几何问题, 考查了学生的空间想象能力.

【2020 · 全国 I 卷 (文/理) T3】埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一, 它的形状可视为一个正四棱锥. 以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积, 则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为 ()



A. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

2021 年全国甲卷理科第 8 题以珠穆朗玛峰高程测量为背景, 建立三角高程测量法的几何模型并辅以示意图. 在考学生空间想象能力的同时让学生对该测量方法有了直观理解.

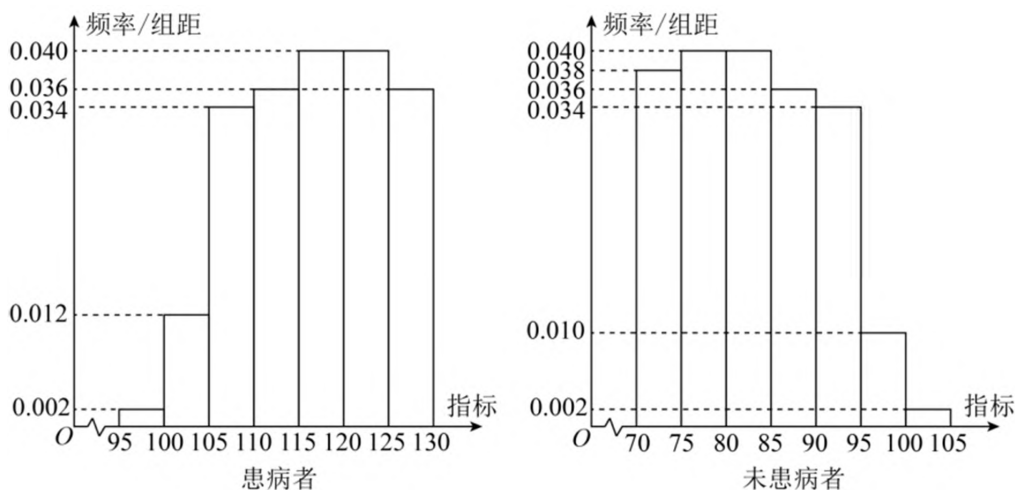
2021 年新高考全国 I 卷第 8 题以北斗三号全球卫星导航系统为背景建立几何模型, 考查了考生数学阅读理解能力与数学建模的核心素养, 激发学生关于该问题进一步学习、研究、发现的兴趣.

¹⁴中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准 (2017 年版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2018, 1

又如 2023 年新课标 II 卷第 19 题, 合理平衡漏诊率和误诊率, 制定检测标准, 确定临界值 c . 漏诊率和误诊率是医学检测标准的重要指标, 是医学统计学中重点研究的问题. 试题以疾病的检测为背景做设计和展开, 既有现实意义, 也能很好地体现数学学科的应用价值. 试题考查频率分布直方图, 样本估计总体等统计知识, 考查数学建模和数学应用等方面的能力.

【2023 · 新课标 II 卷 T19】 (12 分)

某研究小组经过研究发现某种疾病的患病者与未患病者的某项医学指标有明显差异, 经过大量调查, 得到如下的患病者和未患病者该指标的频率分布直方图:



利用该指标制定一个检测标准, 需要确定临界值 c , 将该指标大于 c 的人判定为阳性, 小于或等于 c 的人判定为阴性. 此检测标准的漏诊率是将患病者判定为阴性的概率, 记为 $p(c)$; 误诊率是将未患病者判定为阳性的概率, 记为 $q(c)$. 假设数据在组内均匀分布, 以事件发生的频率作为相应事件发生的概率.

- (1) 当漏诊率 $p(c) = 0.5\%$ 时, 求临界值 c 和误诊率 $q(c)$;
- (2) 设函数 $f(c) = p(c) + q(c)$. 当 $c \in [95, 105]$ 时, 求 $f(c)$ 的解析式, 并求 $f(c)$ 在区间 $[95, 105]$ 的最小值.

试题考查了频率分布直方图、样本估计总体等统计知识, 同时, 还考查了分段函数、用代数方法研究单调性与函数最值等的概念与方法. 符合评析中所说的“**数学建模和数学探究的考查融入其他知识模块的考查之中, 一般不单独进行考查**”, **高考中不会也不能对“在实际情境中从数学的视角发现问题、提出问题, 分析问题、建立模型, 确定参数、计算求解, 检验结果、改进模型, 最终解决实际问题的数学建模综合实践活动”进行完整的单独考查.**

高考评价体系在应用性的考查要求中强调“真懂会用”, 这就要求高考试题情境要更加贴近学生生活实际, 让学生体会到身边的数学, 认识到所学知识是有用的. 在试题中通过使用真

实背景, 真实统计数据等方法, 能够有效提升学生对于题目真实性的感受度, 进而有助于学生了解数学工具在解决实际问题时的使用方法和适用范围, 对提升数学建模素养, 加强数学应用能力有着积极的引导作用¹⁵.

1.3.3 开放性问题: 高考数学的应用性考查要求

情境化试题也需要与时俱进, 通过选取实际背景材料, 在结论开放性、解题方法多样性、答案多样性等方面有所突破, 增强试题的开放性与探究性, 引导学生进行独立的思考和判断, 获取解决问题的方案. 这类问题强调理论联系实际、学以致用, 主要考查学生应对生活实践问题情境的学科素养, 体现高考数学的应用性考查要求.

如 2018 年全国 II 卷文、理科第 18 题第 (2) 问要求学生比较判断不同数学模型的合理性与適切性并说明理由. 2019 年全国 I 卷理科第 21 题第 (2) 问要求学生根据计算结果解释试验方案的合理性, 对学生理解题设数学模型提出了较高的要求. 2020 年全国 II 卷文、理科第 18 题第 (3) 问要求学生选取合理的抽样方法并阐述选取该方法的理由. 2021 年新高考全国 II 卷第 21 题第 (3) 问要求学生解释第 (2) 问中所得数学结论的实际意义. 这些问题的共性是答案开放度高, 没有一定之规, 鼓励学生自主思考, 对问题或观点提出自己的看法. 下面内容来源于同年论文¹⁶.

开放题设计原则

在考试中设计、开发开放题不同于教学中编制开放题, 首先要注意, 问题本身要有意义, 要有研究的价值和解决的价值, 开放题的题目背景应为学生所熟悉, 解决问题的知识应该是学生已经掌握的, 是运用现有的知识能够解决的问题. 要把握问题的开放程度和解题难度, 使得解题要求多数学生都能够达到. 要掌握开放题的设问方式, 语言的提示要恰当, 防止引起歧义或将学生思维导入歧途. 开放问题的答案应该有明确的对错标准, 易于阅卷评分. 开放性问题要具有发展性, 可以引导学生深入研究和思考.

开放题的考查实践

开放性试题以核心素养和关键能力为考查目标, 在命制开放题时, 可以从三个方面进行探索尝试.

¹⁵赵轩, 任子朝, 翟嘉祺. 新高考数学应用能力考查研究 [J]. 数学通报, 2021, 60(3):4.

¹⁶任子朝, 赵轩, 翟嘉祺, 等. 高考开放题命制的理论和技术研究 [J]. 数学通报, 2021.DOI:10.3969/j.issn.0583-1458.2021.07.008.

一是给出一系列事实或数据, 要求考生从中发现问题并归纳结论或阐释原理;

二是设置条件缺失试题, 要求考生补充条件, 解决问题;

三是给出限制条件, 列举满足条件的实例, 主旨是让学生在真实性任务情境下, 解决有一定挑战的建构性实践问题, 以锻炼问题分析与问题解决能力, 启发创造性与开放性思维.

(1) 列举实例, 考查学以致用

【2021·高考适应性测试卷 T15】写出一个最小周期为 2 的奇函数 $f(x) =$ _____.

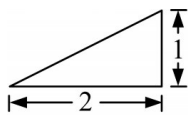
【2021·新高考 II 卷 T14】写出一个具有性质 ①②③ 的函数 $f(x) =$ _____.

① $f(x_1x_2) = f(x_1)f(x_2)$; ② 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$; ③ $f'(x)$ 是奇函数.

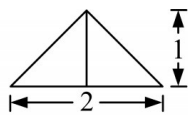
试题要求考生在理解函数性质 ①②③ 的基础上从抽象到具体构建出一个函数 $f(x)$. 解题的关键是理解函数性质, 第①条为自变量积的函数等于函数的积, 第②条是在 x 轴正半轴为增函数, 第③条导函数是奇函数, 则原函数为偶函数. 由于答案是开放的, 可以有多个答案, 例如 $f(x) = |x|$, $f(x) = x^2$ 等. 试题在考查思维的灵活性方面发挥了很好的作用, 同时也给不同水平的考生提供了充分发挥自己数学能力的空间.

举例题的特点是条件限定, 而满足条件的结论或具体例子有很多, 给了考生更大的发挥空间. 举例题不同于一般的填空题, 一般填空题的正确答案是唯一的, 阅卷时与正确答案相同就给分, 不相同就不给分. 举例题需要阅卷人员逐一验证结论, 因此对阅卷人员的要求有所提高, 阅卷的工作量也相应增大, 这要求阅卷机构配合高考内容改革, 增加阅卷的人员投入, 提高阅卷人员的业务水平.

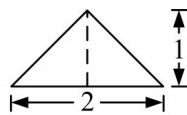
【2021·全国乙卷 T16】以图①为正视图, 在图②③④⑤中选两个分别作为侧视图和俯视图, 组成某个三棱锥的三视图, 则所选侧视图和俯视图的编号依次为_____ (写出符合要求的一组答案即可).



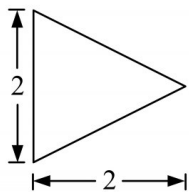
图①



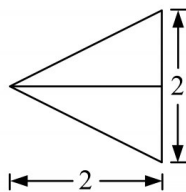
图②



图③



图④



图⑤

(2) 主动选择, 鼓励独立思考

2020 年新高考中考查的结构不良试题是根据高考的特点, 考虑到考生付出的劳动进行改造的试题, 即不是让考生自己寻找条件, 而是给出三个条件, 让考生选择. “这样既保持了结构不良试题的特点, 又保证了考试的公平性¹⁷.” 在新高考的命题实践中, 对结构不良试题进行了进一步的研究, 命制了改良版的结构不良试题, 要求考生自己选择结论成立的条件.

【2021 · 全国甲卷 T18】(12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 从下面 ①②③ 中选取两个作为条件, 证明另外一个成立.

① 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列; ② 数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列; ③ $a_2 = 3a_1$.

本题设计了 3 个不同的组合方案, 组成 3 个真命题, 给考生很充分的选择空间. 考生选择不同的条件和结论组成命题, 就体现了不同的数学思维角度和方式. “结构不良问题”的适度开放不仅有益于考生在不同层面发挥自己的数学能力, 而且对中学数学学有积极导向, 引导高中数学在数学概念与数学方法上重视培养学生的数学核心素养.

结构不良试题并不是试题本身有错误, 而是问题条件或数据存在部分缺失或冗余, 需要考生补充缺失条件或剔除冗余条件才能顺利解题. 结构不良试题具有较好的开放性, 突破了传统数学试题条件确定的固化模式, 无论在试题. 条件还是解题过程上都更加多元、灵活, 为学生创设了自由发挥的空间. 解答此类试题, 学生需要进行自主的创造性思考, 并根据自己的理解添加条件或选择解题过程.

【2021 · 新高考 II 卷 T22】(12 分)

已知函数 $f(x) = (x-1)e^x - ax^2 + b$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 从①②两组条件中选取一组作为已知条件, 证明: $f(x)$ 恰有一个零点.

① $\frac{1}{2} < a \leq \frac{e^2}{2}$, $b > 2a$; ② $0 < a < \frac{1}{2}$, $b \leq 2a$.

注: 如果选择两组条件分别解答, 按第一个解答计分.

本题第 (1) 问全面考查函数单调性的基本知识和基本思想方法, 同时考查考生应用分类讨论思想解决问题的能力. 第 (2) 问要求考生在①、②两组条件中选取一组作为已知条件, 证明 $f(x)$ 恰有一个零点. 根据分类讨论的情况, 恰当选择新的条件完成 $f(x)$ 恰有一个零点的证明, 不仅体现了针对“结构不良问题”适度开放命题的科学性, 而且体现了素养导向、能力为重的命题原则. 本题重点考查理性思维, 同时对逻辑推理能力、数学抽象能力、直观想

¹⁷任子朝等. 数学考试中的结构不良问题研究 [J]. 数学通报, 2020.59(2):1-3

象能力也进行了深入的考查.

结构不良试题能更加深入地考查学生的数学理解能力、探究能力和创新能力,引导学生和高中教学更加注重思维的灵活性和创造性.

【2021·新高考 I 卷 T18】 (12 分)

某学校组织“一带一路”知识竞赛,有 A, B 两类问题. 每位参加比赛的同学先在两类问题中选择一类并从中随机抽取一个问题回答,若回答错误则该同学比赛结束;若回答正确则从另一类问题中再随机抽取一个问题回答,无论回答正确与否,该同学比赛结束. A 类问题中的每个问题回答正确得 20 分,否则得 0 分; B 类问题中的每个问题回答正确得 80 分,否则得 0 分.

已知小明能正确回答 A 类问题的概率为 0.8, 能正确回答 B 类问题的概率为 0.6, 且能正确回答问题的概率与回答次序无关.

- (1) 若小明先回答 A 类问题, 记 X 为小明的累计得分, 求 X 的分布列;
- (2) 为使累计得分的期望最大, 小明应选择先回答哪类问题? 并说明理由.

新高考 I 卷第 18 题可以说是一道身临其境的开放题, 要求考生为小明做出决策. 小明能正确回答 A 类问题的概率为 0.8, 但每题得分 20 分, 能正确回答 B 类问题的概率为 0.6, 每题得分 80 分, 要综合考虑, 根据累计得分的期望最大的要求做出决策.

在高考数学中, **开放性试题更注重解法的开放**, 考生对解法的选择基于其对试题的深入理解、对基础知识的掌握和自身能力的高低. 解法选择得当可以简化解题步骤, 减少运算过程, 降低出错的几率, 节省考试时间. 解法的选择更体现出高层次的素养和能力. **这可能便是近些年 (2022-2026) 在高考数学科考试 (全国卷) 中各类新题型近乎销声匿迹的原因之一.**

为满足新时代对创新人才的培养和选拔需求, 高考数学试卷创新设问方式, 进一步增强试题的探索性和综合性, 增强解题方法的开放性, 为学生提供多种解题渠道和途径, 着力考查学生的学科关键能力和思维品质; 鼓励学生运用创造性、发散性思维多角度分析问题、解决问题, 激发学生创新意识.

(3) 判断存在问题, 考查批判性思维

【2021·新高考 II 卷 T18】 (12 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $b = a + 1, c = a + 2$.

- (1) 若 $2 \sin C = 3 \sin A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (2) 是否存在正整数 a , 使得 $\triangle ABC$ 为钝角三角形? 若存在, 求 a ; 若不存在, 说明理由.

本题的背景选取于教材, 内容贴近学生生活. 已知 $\triangle ABC$ 的对边分别为 $a, a+1, a+2$, 第 (2) 问要求考生判断是否存在正整数 a , 使得 $\triangle ABC$ 为钝角三角形, 并运用数学推理说明理由. 试题设计具有开放性, 直觉上会发现 $a=3$ 时, $\triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle C$ 是直角; 进一步发现 $\triangle ABC$ 是钝角三角形时, $\cos C < 0$, 由此推理可得正整数 $a=2$. 本题重点考查逻辑推理能力和运算求解能力.

【2021·新高考 I 卷 T21】 (12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $F_1(-\sqrt{17}, 0)$, $F_2(\sqrt{17}, 0)$, 点 M 满足 $|MF_1| - |MF_2| = 2$. 记 M 的轨迹为 C .

(1) 求 C 的方程;

(2) 设点 T 在直线 $x = \frac{1}{2}$ 上, 过点 T 的两条直线分别交 C 于 A, B 两点和 P, Q 两点, 且 $|TA| \cdot |TB| = |TP| \cdot |TQ|$, 求直线 AB 的斜率与直线 PQ 的斜率之和.

本题的问题情境具有开放性, 将常见的“直线与双曲线相交”设计为“直线与双曲线的半支相交”的新情境; 同时, 本题的问题还具有存在性¹⁸, 点 T 在直线 $x = \frac{1}{2}$ 上, 且 $|TA| \cdot |TB| = |TP| \cdot |TQ|$, 要求考生将思维重点集中于寻找两条直线的斜率关系, 而不是探索点 T 所在区域. 本题考查考生在开放的情境中发现主要矛盾的能力, 重点考查运用解析几何的基本思想方法分析问题和解决问题的能力.

1.3.4 新定义问题的前世今生

什么是新定义问题?

新定义试题通过新定义一个数学对象或数学运算, 以此为基础为学生搭建思维平台, 设置试题. 该题型形式新颖, 考查功能显著, 主要表现在四个方面: 通过新定义创设数学新语境和话语体系; 通过新情境搭建试题框架, 创设解题条件; 通过新设问设置思维梯度, 逐步深入, 准确区分不同层次的学生; 通过解题过程展现学生数学思维和探究过程, 实现对分析、推理、判断、论述等关键能力的考查.

新高考中的新题型更加灵活和富于变化, 考查的不是应试训练效果, 不是固化套路, 而是应变能力、创新能力, 真正选拔出素质高、能力强的学生; 同时降低了机械刷题和套路训练的收益, 在客观上起到了抑制题海战术的作用. 引导高中数学教与学转变教育观念, 真正落实数

¹⁸也就是说, 考生在考场上不需要考虑如“ T 点在 $x = \frac{1}{2}$ 上, 而双曲线右支在 $x \geq 1$ 的区域, 那什么样的 t 才能保证过的直线一定能和右支交于两点? 怎么保证交点在右支而不是左支?”等问题, 这样的题设, 暗示了考生只需要顺着代数式一路往下算, 最终结果“斜率之和”(为仿射定值)不会受到 t 所取范围的影响.

学科核心素养于教学之中, 培育学生的创新创造思维¹⁹.

如 2024 年新课标 I 卷第 19 题, 以等差数列为知识背景, 创新设问方式, 设置数学新定义, 搭建思维平台, 引导学生积极思考, 在思维过程中领悟数学方法, 自主选择方法和策略分析问题、解决问题. 该题打破了以往相对固化的内容模式, 通过新定义创设新语境, 考查对数学语言和问题的理解水平, 要求学生具备很好的文字语言、符号语言的理解能力.

【2024 · 新课标 I 卷 T19】 (17 分) 设 m 为正整数, 数列 $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$ 是公差为 0 的等差数列, 若从中删去两项 a_i 和 $a_j (i < j)$ 后剩余的 $4m$ 项可被平均分为 m 组, 且每组的 4 个数都能构成等差数列, 则称数列 $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$ 是 (i, j) -可分数列.

- (1) 写出所有的 (i, j) , $1 \leq i < j \leq 6$, 使得数列 $a_1, a_2, \dots, a_6$ 是 (i, j) -可分数列;
- (2) 当 $m \geq 3$ 时, 证明: 数列 $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$ 是 $(2, 13)$ -可分数列;
- (3) 从 $1, 2, \dots, 4m+2$ 中一次任取两个数 i 和 $j (i < j)$, 记数列 $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$ 是 (i, j) -可分数列的概率为 P_m , 证明: $P_m > \frac{1}{8}$.

通过新情境搭建试题框架, 实现等差数列和随机事件概率的有机结合和应用. 试题以等差数列作为起始, 以可分数列的新定义为中介, 以提升学生的理性思维和创新精神为终极目标, 构建试题基础, 创设解题条件. 通过新设问展现能力层次, 精确区分不同水平的学生, 三个设问层层递进, 逐步深入, 使得每个学生都能有所收获, 都能获得相应的分数.

试题设问从易到难, 恰到好处, 达到考查目的的同时也为广大考生和数学爱好者留有空间. 通过解答试题展现数学探究的过程, 实现对分析、推理、判断等关键能力的考查, 引导学生用规范的数学语言、新定义、新符号表达推理与论证过程.

【2026 · 全国 I 卷 T19】 (17 分)

已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = 2^x$. 对任意 $x_0 \in \mathbb{R}$, 定义集合 $D(x_0) = \{d \in \mathbb{R} \mid f(x_0 + d) > f(x_0)\}$.

- (1) 若当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 1 - x$, 求 $D(-1)$;
- (2) 若 $f(x)$ 是奇函数, $f(x_1) \leq f(x_2)$, 且 $x_1 x_2 \neq 0$, 证明: $D(x_2) \subseteq D(x_1)$;
- (3) 设 $f(x)$ 满足: ① 若 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则 $D(x_2) \subseteq D(x_1)$; ② 当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) < f(0)$.
 - (i) 证明: $f(0) \geq 1$;
 - (ii) 证明: $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 单调递增.

2026 年全国 I 卷第 19 题, 不仅创设了新颖情境, 还打破了固有“刷题套路”, 通过设计新

¹⁹任子朝. 新高考十年数学科考试内容改革: 成就, 挑战与转向 [J]. 中国考试, 2024(7).

颖的试题情境和呈现方式, 要求学生摒弃以往的解题模板, 在考场上进行真实的现场探索. 例如, 本题定义了集合 $D(x_0) = \{d \in \mathbb{R} \mid f(x_0 + d) > f(x_0)\}$, 给出函数 $f(x)$ 在 $x < 0$ 时的取值, 然后分别创设了当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 1-x$ 和 $f(x)$ 是奇函数的两个情境, 考查学生在新情境下进行分析、探索、论证的能力. 试题素材是学生熟悉的函数内容, 但打破了函数必求导的解题套路, 告诉学生导数只是工具, 需要加深对数学本质的理解, 从数学定义出发进行探究.

同时, 该题的考查意图是推导在某些前提条件下, 命题“若 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则 $D(x_2) \subseteq D(x_1)$ ”的**充分必要条件**. 由于完整的推导过程较为繁复, 试题的设问不要求考生在考场中完整推导充要条件, 而是将充分性和必要性证明的关键想法分散到具有不同抽象程度的第(2)问和第(3)问中分别予以体现. 这种设计既体现了数学思想本质, 又有利于不同水平的学生充分展现数学思维能力.

本题考查了学生在新情境下进行分析、探索、论证的能力, 并且创新设问方式, 考查高阶思维品质. 试题通过创设新设问, 重点考查逻辑推理、批判性思维和创新思维等关键能力, 减少机械计算, 避免考生靠套公式或猜答案得分, 考生需要根据自身的认知结构选择最优策略.

本题还采取了递进式的探究设问, 由浅入深、层层递进, 前一问是为后一问做铺垫, 后一问是前一问的深入和发展. 同时, 还需要根据情况进行分类推理讨论, 引导考生逐步深入探索问题的本质, 考查连贯、严谨的大跨度思维过程, 考查思维的条理性、严谨性和批判性.

创新性问题

创新性问题具有一定的现实意义, 强调试题情境的新颖, 要求学生能够多角度、灵活、开放式的思考问题, 旨在考查学生创新性的运用所学知识分析和解决问题的能力, 引导学生培养灵活开放、综合全面的思维方式与意识的“创新性”.

如 2018 年全国 I 卷理科第 20 题将概率、统计检验和函数极值问题有机结合, 体现了极大似然估计的思想, 在学生熟悉的情境中设计出新颖的问题, 考查了学生综合运用所学知识解决实际问题的能力.

2019 年全国 I 卷理科第 21 题以药物试验方案为背景设计, 其本质是一个带有吸收壁的随机游动问题, 虽然涉及的问题比较复杂, 但通过灵活的设计使学生能够用所学知识分析并解决, 很好地体现了数学建模的思想.

2021 年新高考全国 I 卷第 21 题以微生物繁殖为背景, 设计了一个简单的**分支过程问题**, 通过数学模型将概率问题和函数问题相结合, 对学生分析理解数学模型的能力和综合运用数学知识的能力都提出了较高的要求.

2021 年高考适应性测试 (八省联考) 第 20 题以大兴机场作为试题背景, 设计了一个利用

欧拉公式求多面体总曲率的问题, 试题打破立体几何题目的常规, 要求学生创新性地思考问题, 考查了思维的灵活性.

新概念问题

这类问题的特点是基于某种现实问题背景或学术问题背景, 给出一些新概念, 要求学生理解概念, 在新颖、陌生的情境中主动思考, 将新知识与自己已掌握的学科知识建立联系, 进而通过分析解决问题. 新概念问题强调数学学习的连续性, 其中新概念的理解程度、新知识的学习效果会受到已有知识、能力基础和核心素养发展水平的密切影响, 因此这种理解新信息、解决新问题的情境可以视为知识、能力、素养等在数学学科内部的一种应用.

如 2020 年全国 II 卷理科第 12 题给出了 0-1 周期序列的新概念, 并定义了 0-1 周期序列的指标 $C(k)$, 要求学生在理解新概念和新定义的基础上回答问题; 文科第 3 题以钢琴演奏为背景, 用数学方式给出了原位大三和弦与原位小三和弦的定义, 考查学生对新知识的理解能力.

2020 年新高考全国 I 卷第 6 题以新冠肺炎防控为背景, 解释了基本再生数与世代间隔的新概念, 要求学生理解新概念并根据题设指数模型求解; 第 12 题给出了随机变量的信息熵的定义, 以此作为试题情境考查学生对对数函数性质与函数单调性的掌握程度.

2021 年新高考全国 II 卷第 12 题以二进制为背景设计, 考查考生对新概念, 新问题的理解和探究能力.

§1.4 备考“几何”?

对于高考数学科的备考, 笔者能给出的建议不多. 但由于长期浸润在教育部教育考试院的文章与思想中, **个人的心得体会**还是有一些的. 下面的内容, 仅供参考, 在备考过程中需要结合具体情况进行取舍.

1.4.1 从“刷题量”到“思维量”

在备考过程中, 应该降低对于“刷题量”的追求, 而是注重“思维量”的提升.

- ① 选择具有代表性、思维层次丰富的题目 (可以是高考真题, 也可以是教材习题等), 尤其是包含真实情境、开放设问、多解可能的题目.
- ② 对于一些经典题, 不要满足于一种解法, 主动探索不同路径, 并比较、评估哪种解法更能体现“多想少算”, 更优美、更高效. 并且, 一定要记录下这种“优化选择”的思维过程.

- ③ 解题后, 务必进行复盘: 关键步骤是如何想到的? 遇到了什么障碍? 如何突破? 题目本质考查了什么思想? 要能向他人阐释自己的完整思路, 这是检验理解深度的最好方法.

在中学数学的学习过程中, 做题是用来掌握知识、提高水平的重要途径, 但不能过度、盲目依赖“刷题”, 物极必反. 换句话说, 要学好数学, 不能不做题, 但要懂得如何有效地做题, 尽量避免低效甚至无效的努力. 在教与学的过程中, 要正确把握基本知识学习与做题辅助提升之间的关系, 做题的目的应当是更好地掌握知识、理解方法、提高能力, 以做代讲、以做代学、以传授解题套路代替深入讲授知识的教学模式切不可取.

高考数学反套路、反固化的内容改革方向, 希望引导一线教学改变一些固有、刻板的教学模式, 避免过度重复训练, 注重提高练习的质量与效率, 能有意识地从质量参差不齐的大量试题中挑选出高质量、有针对性的题目拿给学生进行训练, 并把基本概念做好讲解与巩固, 帮助学生打牢基础, 从而真正使教学提质增效, 减轻学生的无效负担.

高手之间的区分度在于思维深度. 大量重复低思维量的题目收效甚微, 深入挖掘一道好题的思维价值远胜于机械完成十道普通题.

1.4.2 广阔天地, 大有作为

对于许多证明题、结构不良题、开放举例题、新定义题等, 在实际求解后, 可以多做两步.

- ① 练习如何基于不同条件组合进行推理; 对于开放题, 练习如何构造合理实例, 并严谨说明其符合要求.
- ② 在实际解题中, 养成主动质疑的习惯: “这个结论是什么, 一定成立吗?”“该结论是否存在反例?”“题目条件是否可以减弱?”

正如教育部教育考试院所述: 开放性问题能够有效打破固有的思维定式. 条件开放题可通过提供多元信息, 让学生自主筛选有效条件来解决问题; 结论开放题可通过设置非唯一答案, 鼓励学生进行发散性思考; 策略开放题可通过比较不同解法的优劣, 培养学生的优化意识. 对开放性问题的评价应侧重关注学生思维的合理性与创新性, 而非结果的唯一性, 让学生在解决问题的过程中体验数学探索的乐趣, 充分展现自身的思维品质.

通过这样的方式, 培养学生的信息提取和加工能力, 促进学生逆向思维、发散思维等高阶思维的发展, 强化数学知识应用意识. 问题设计要遵循学生的认知规律, 采用循序渐进的方式, 使学生在解决问题的过程中逐步把握数学本质, 形成举一反三的知识迁移能力, 最终实现从特殊问题归纳一般规律的认知升华. 由此拓展学生思维的广度, 深化其对数学思想方法的领悟, 助力数学思维的培养和发展.

这一点,在《高考试题分析》中有着明确的体现,以2027年版为例,在准备结束对2026年全国I卷第11题的解析时,其指出:

作为选择题,试题仅对提出的问题进行了部分研究,很多相关的问题都未能展示,这给广大教师和学生留下了很大的思考空间.比如参数 k 和 b 的取值范围是什么? $s_1 + s_2 + s_3$ 的最大值及取值范围是什么?满足 $s_1 + s_2 + s_3 = 3$ 的直线 l 是否有无穷多条?这些问题大多是基于中学知识可以解决的,也是适合教师和学生进一步去探究和发现的好问题.

如若教师和学生能够在解题后,继续深入思考,进一步挖掘题目中潜在的数学问题,这必然有助于学生对数学知识的理解和运用能力的提升,也有助于教师对教学内容的深入把握.

1.4.3 注重表述

考生需多学习优秀参考答案(如高考官方答案)的论证与表述,加强对解答题部分的语言组织能力,使得解答逻辑更加清晰可读,便于阅卷老师理解.这也是教育部教育考试院的要求:“要学生加强对**数学语言**的理解和运用能力,这样的培养有助于数学思维的养成.”

而教师在教学中,要注重提升学生对用**数学语言描述问题的理解能力**,准确解读数学文本(定义、定理、题目),并挖掘题目中的关键信息;提升信息提取和转化能力,培养学生**熟练且规范地在文字语言、符号语言和图形语言之间进行准确转换**.通过**系统性的读写训练和实践**,让学生能够更清晰地理解**数学概念和关系**,更**严谨地表达数学推理过程**,最终促进学生思维条理性、逻辑性和严谨性的发展.

正如2026年评析所述:“(2026年)全国I卷和II卷第19题第(3)问的证明过程都有**一定篇幅**,需要学生严谨地进行论述.通过学生的答题过程,能够充分展示其在信息解读、逻辑推理、综合分析、**语言表达**等方面的能力,这种试题设计符合新高考对思维能力的考查要求,达到区分和选拔的目的.”

其他说明

高考数学学科的备考策略,当然远远不止于上面的几点,此处仅是笔者的一些浅要的心得体会,供大家参考.由于备考所涉及到的内容较多,也较为复杂,笔者不可能在此一一列举.但无论如何,高考数学学科的备考策略,需要结合具体情况进行取舍,不能盲目照搬,做到**有的放矢,事半功倍**,才是最重要的.在下一节,还会提到笔者所认为最重要的备考前提——转变教学观念,提升教学质量,做好“三个回归”.

§1.5 何来“剧透”?

最后,我们首尾呼应一下,回答一下在开篇中提到的“剧透”问题:2026 年高考数学科究竟在哪里、以什么样的方式被剧透了?

1.5.1 多选题的选项设置

此处,我们不会谈论具体的数学知识点,而是从命题方式上进行浅要的讨论与分析.由于数学科多选题选项注重梯度和层次设计,近年来高考注重深化基础性考查,通常多选题会设置基础选项,如考查基本概念、基本原理的选项.同时选项中也会有区分多数考生的中等难度选项,以及面向头部考生的较难选项,通过这样的分层设计,试题的区分效果得以加强.

而在近几年的高考全国数学卷的多选题中,考生与老师们似乎发现了一个规律:某些“递进式”趋态多选题的选项设置中,无论 A 选项正确与否,它都会是一个“基础选项”,一个最容易判断真伪的选项.这样,考生们就有可能形成一种关于做题的路径依赖——在做多选题时,尽管可能无法将四个选项都尽数正确剖析,但只要**先行**判断出 A 选项的真伪,就可以大幅度缩小正确选项的范围,甚至直接锁定正确答案.

尽管经过几年的高考实践,数学多选题作为高考测评体系的组成部分,已形成较为规范的题型架构,其难度呈现稳定态势,对一线教学规律和考生作答特点也有了基本的总结和把握,但**教育部教育考试院**基于当前教育测量学理论与人才选拔需求的发展趋势,在 **2025 年 10 月**公布了高考数学多选题相关的优化方向.于是,在接下来的 2026 年,便开始了优化.

【2026·全国 I 卷 T10】在空间中, A, B 为两个定点, 动点 C 到直线 AB 的距离为 2, 动点 D 到直线 AB 的距离为 1. 若二面角 $C-AB-D$ 为 60° , 则 ()

A. $\angle CAD \geq 60^\circ$

B. $CD \geq \sqrt{3}$

C. 当 $AB \perp CD$ 时, $CD \perp$ 平面 ABD

D. 当 $AB \perp$ 平面 ACD 时, $AC \perp AD$

此题并不是压轴题,但就考生的真实作答体验来看,他们似乎仍觉不易,叫苦连天: A 选项是本题的最难选项,这与往年的“递进式”“并列式”的选项设计思路完全不同,这打破了他们的做题习惯.

不过,这却正是**教育部教育考试院**所提到的: **为了不断提升多选题的考查效度,需要不断提升测评技术,特别是选项的设置.**如常见的多选题选项包括“并列式”的,即各选项聚焦问题的不同侧面,“递进式”的,即各选项循序渐进,引导考生深入思考等,还应**继续探索多选题**

的选项设计思路, 结合评分方案, 形成考查设计、赋分方式、作答习惯和策略的平衡, 充分展现考生思维层次. 这, 不就是命题组对 2026 年高考数学多选题选项设置的“剧透”吗? 包括在《高考试题分析: 数学 (2027 年版)》中有提到, 26 年全国 I 卷第 11 题有一种“先 D 后 C”的作答策略, 在这策略下, 计算量将会是最小的 (但思维量会大幅度增加).

1.5.2 新定义, 昙花一现还是历久弥坚?

自 2023 年高考综合改革适应性测试 (四省联考) 首次在新高考全国卷中出现新定义问题以来, 2024 年新课标 I 卷第 19 题、2026 年全国 I 卷第 19 题均考查了新定义问题. 不过, 新题型的引入并非一帆风顺: 在 2024 年 1 月的高考综合改革适应性测试 (九省联考) 至同年的高考结束前, 一片关于“新定义问题考什么”的乌云笼罩在一线教师和考生的头顶. 像用“Rolle 定理”“极大似然估计”“Frobenius 范数”等高等数学内容作为题干的试题在当时层出不穷, 可最后回应这些模拟题的, 却是一道没有任何高等背景的“可分数列”问题. 既不需要超前学, 更不需要也无法进行相关的题型训练, 那正是一道能真正选拔拔尖创新人才的题目.

那半年时间, 是困惑与迷茫交织的半年, 没有人能给出一个“关于新定义怎么考”明确的答案, 也没有人能给出一个“关于新定义考什么”明确的方向...吗? 的确, 教育部教育考试院不能明确告诉所有人“今年考什么”, 但他们至少能告诉你高考不考什么, 高考的命题原则有什么, 高考的命题依据是什么——这些都在 23 年高考试题评析中有明确的说明.

比如, 关于高等数学与高考数学之间的关系, 他们是这样回答的: 此外, 对与高等数学内容联系较为紧密的部分谨慎设题, 如函数与导数模块, 注意规避应用高等数学知识直接求解更为简单的情形, 引导中学数学教学遵循教育规律, 避免超纲超量教学, 减轻学生不必要的额外课业负担. 进一步说, 尽管两次适应性测试 (四省联考与九省联考) 中的“新定义问题”表面看上去似乎都是高等数学的背景, 考查了“椭圆曲线”与“离散对数”, 但实际上, 对于已经在这两个领域深耕的数学家而言, 也不一定能在规定时间内按照高中数学要求做出那两道题. 它们本质上考查的是考生的数学思维能力, 哪怕考生具备一些碎片化的高等数学知识, 也不能得出什么更为简单的解法, 26 年的这道新定义问题就再次完美地诠释了这一点.

至于命题的依据, 自 2020 年取消《考试大纲》以来, 高考数学科的命题依据有且仅有《普通高中数学课程标准》. 无论是从考查内容的范围, 还是将考查内容占比与各部分课程内容主体所占课时比例相比较, 抑或考查的内容要求来看, “依标命题”四个字还是问心无愧的.

同样的困惑与迷茫, 也出现在了 25 年高考结束之后, 因为 25 年全国一卷并没有出现新定义问题, 26 届的学生该如何备考呢? 一旦有了焦虑的情绪, 各路妖魔鬼怪就会乘虚而入, 比如, 在这一年中考查频率最高之一的“期望递推”问题, 一份又一份的模拟卷不断考查同样

的超纲题型: 高中阶段即没有“重期望公式”, 也没有学习过涉及“ ∞ ”时的期望问题, 这都是“期望递推”无法躲过的超纲事实.

其实, 教育部教育考试院早早地就给出了回应, 在其 2025 年 7 月的一篇文章中, 就明确指出了: 近年的高考试题中, 通过创设新颖的试题情境, 考查学生在面对陌生问题时的理解能力、分析能力、逻辑推理与方法创新, 这一举措也对教师与学生的能力提出了更高的要求. 但需要说明的是, 在试卷设计过程中, 不会过分追求新情境的数量与新颖程度, **不强求一定要在试卷中出现所谓“新定义题”, 更不会将高等数学的知识下放前移, 不形成新的“套路”, 以避免一线师生产生误解;** 设置新情境的目的是要引导学生跳出题海战术, 不过度依赖固定题型模板, 鼓励教学扎实回归课标、回归课堂, 而不要因为创新题型给学生带来额外的学习负担. 不强求, 那究竟是有还是没有? 此时, 若再结合 2026 年 1 月 22 日教育部所印发的《关于做好 2026 年普通高校招生工作的通知》看待: **优化试题呈现方式和素材选取, 融入科技前沿动态, 浸润人文教育元素, 加强项目式、探究式的真实情境问题设计.** 26 年高考数学大概率会再次出现新定义问题! 果不其然, 一道关于“ $D(x)$ ”的集合新定义问题, 成为新高考以来单题难度最高的题目.

其实, 无论明年是否要继续考查新定义问题, 我们都不需要太过担心, 哪怕 25 年没有考查新定义而是考查的导数, 这也不代表那年的那道压轴题就真的考查了我们熟悉的“导数题型”. 2025 年全国一卷的第 19 题, 体现的是对考生逻辑思维能力、创新能力以及综合分析和解决问题能力的考查. 特别是第 (3) 问作为前两问的延伸和综合, 对考生的思维能力和创新能力提出了更高的要求. 第 (3) 问的第一个难点在于准确理解题意, 题目描述逻辑严密, 需要考生具备较好的数学语言理解能力. 题目旨在探讨在参数变化的情况下, 函数 $5 \cos x - \cos(5x + \varphi)$ 的最大值可能取到的最小值. 同样是求解最值的问题, 与第 (1) 问不同的是, **若直接采用求导的方式计算, 不仅工作量极大, 且难以得出正确结果. 这要求考生结合前两问的结论, 创造性地解决这一类型的最值问题, 从而突出对创新能力的考查.** 这跟以前的那种“恒成立求参数范围”题型有着本质的区别, 真真切切地落实了**不依赖固定题型模板**的命题理念, 没有新定义的形, 但却有新定义的神. 按目前的趋势来看, 无论新定义问题是昙花一现还是历久弥坚, 都没有什么所谓, 变化的只会是试题的形式. 而只要高考作为“选拔创新人才”的目的不变, 其考查的内核就不会变化.

说了这么多, 有关于新定义的备考, 我们似乎还是一头雾水, 26 年这道新定义问题, 虽然考查的内容仍在高中数学的知识范围内, 可在备考复习的过程中, 似乎没有什么能做的, 也没有什么能训练的. 不过, 教育部教育考试院依旧有回应: **数学中逻辑思维的表现形式多种多样, 在教学中有意识地培养学生演绎归纳的思维、反证法的思维、由结果出发的逆向思维、**

特殊化的思维等等,使逻辑思维内化为学生自身思维能力的一部分,在面对数学问题时就能自觉地运用多种思维能力分析解决问题.对于有一定难度的问题,鼓励学生进行自主探究,培养在解题中对题目情境进行充分思考的习惯,避免机械地套用各种公式或方法,引导学生将解题的思维方式转化为解决问题的思维方式.这段话,可谓是道尽了 26 年这道题目的备考之道.对于“反证法”掌握的要求,居然早在 23 年(这正是 26 届学生进入高中前的一年)就已提出,这怎么不能算是高考数学科的“剧透”呢?

1.5.3 结语及“三个回归”

限于篇幅,笔者能讲的内容大致就只有那么多了,但教育部教育考试院给予我们的回应,远不止上面所举的例子.笔者只希望,能借本文抛砖引玉,让更多的老师和学生关注真正应该关注的东西,不要再被各类繁杂的模拟考卷、商业教辅等非官方资料所荼毒,真正的教学提质增效,理应建立在落实“三个回归”的科学基础之上.

第一,回归真题.正如近些年由教育部教育考试院编制的《高考适应性测试卷》、《高考试题分析》中的出版说明所述:“机械刷题,不如认真研究一道好题.刷题千遍,不如精解一道真题.”教师应以历年经典试题(尤其是新高考卷)为核心载体,深入剖析试题的情境设置与考查意图,准确把握“多想少算”等命题导向,并以此规范日常教学中的训练内容与方法.

与其大量做题,不如抽出时间认真研究往年的试题.社会上流传的复习题往往粗制滥造,不得要领,不分良莠地抓着就做,最容易产生误导.往年的试题是精雕细磨的产物,它反映了对考试内容的深思熟虑、对设问和答案的准确拿捏、对学生水平的客观判断.研究这些试题,就如同和试题的制作者对话.

——刘芃(2006)²⁰

第二,回归教材.教材是理解基本概念、掌握通性通法的源头.教学中应避免脱离教材盲目拔高,而应深入挖掘教材中的定理推导过程、例题变式以及探究活动,引导学生在紧扣教材的基础上夯实基本功,把零散的知识点构建为系统的知识网络.回归教材不是简单地完成课后习题,教材也不仅限于人教 A 版一套,一定要完成从“教教材”到“用教材教”的转变.

第三,回归课标.平日的教学内容须依照《普通高中数学课程标准(2017 年版 2025 年修订)》的各项规定实行,课标才是目前高考命题的严格依据.无论是日常的新授课还是高三的复习备考,均应确保教学目标与课标中设定的数学核心素养及学业质量标准能够对接,做到

²⁰ 边际.教你应考[J].中国考试,2006,(5):1.

“应教尽教、上足课时、不赶进度、不超标、不超量”。比如,在函数主题中,课标中明确指出了“能求简单的复合函数(限于形如 $f(ax+b)$)的导数”,那就不要让学生训练过于复杂的复合函数求导,以免偏离课标要求.

学业水平选择性考试与高等学校招生全国统一考试命题要以**普通高中课程标准和高校人才选拔要求为依据**,实施普通高中新课程的省份不再制定考试大纲.

——《国务院办公厅关于新时代推进普通高中育人方式改革的指导意见》(2019)

我们应该理解并执行**教育部教育考试院**所释放的相关信号指导,如在日常备课与教研中,建立起常态化的官方文献研读机制.除了及时追踪教育部教育考试院研究员(数学科学科秘书)发表的最新学术论文以及《高考数学全国卷试题评析》外,还必须高度重视并系统研究近些年由教育部教育考试院主编、语文出版社出版的《高考试题分析》、《高考适应性测试卷》等.这些官方文献与专著精准揭示了命题的基本逻辑、难度调控意向与素养考查的标准,是引领一线数学教学从“机械刷题”走向“科学解决问题”的根本指导凭据.

只有这样,一线教学才能走在正确的轨道上,让学生在备考过程中能够**有的放矢**,不被各种良莠不齐的内容所误导,从而达到“减负增效,四两拨千斤”之效.

丙午仲夏

谨识